Ser profesor de Matemática en Uruguay: once escritos desde la voz propia

Cristina Ochoviet
(Comp.)

Departamento de Matemática - Consejo de Formación en Educación

Cecilia Barranguet • Carla Damisa • Jimena Fernández • Sergio Krismanich
Catherine Maldonado • Ana Martínez • Fabiana Martínez • Verónica Molfino
Daniela Pagés • Nora Ravaioli • Verónica Scorza

Ser profesor de Matemática en Uruguay: once escritos desde la voz propia

Cristina Ochoviet
(Comp.)

Departamento de Matemática - Consejo de Formación en Educación

Cecilia Barranguet • Carla Damisa • Jimena Fernández • Sergio Krismanich
Catherine Maldonado • Ana Martínez • Fabiana Martínez • Verónica Molfino
Daniela Pagés • Nora Ravaioli • Verónica Scorza

1ª edición: Octubre de 2019

Diseño de portada: Estudio Macarrón

Proyecto y edición: Cristina Ochoviet

ISBN (en línea): 978–9974–8577–9–7

© Consejo de Formación en Educación

Departamento de Matemática

Montevideo, Uruguay

Por sugerencias o comentarios acerca del contenido de esta obra dirigirse a: depdematematica@gmail.com.

Índice

Presentación

Este libro reúne once ensayos de docentes uruguayos de matemática, egresados de distintas generaciones de la formación en educación. Fueron convocados para dar a conocer la forma en que entienden la enseñanza de la matemática, particularmente, en sus aulas. La pregunta guía que se propuso fue la siguiente: ¿Cómo concibo la enseñanza de la Matemática? Se solicitó que el trabajo tuviera énfasis en la voz propia de quien escribía, minimizando, por ejemplo, las referencias a autores.

Presento a continuación el porqué de esta propuesta. Después del egreso todos los docentes continúan formándose, ya sea a través del ejercicio de la propia práctica, en diálogo con los colegas o a través de diferentes instancias de desarrollo profesional. Así, el universo de conocimientos del profesor se va ampliando y, en interacción con la práctica, se va forjando un profesor que día a día se transforma y es transformado por su reflexión y su práctica. En estos procesos, las ideas de los profesores surgen a borbotones, muchos de ellos no han tenido el tiempo o la oportunidad de explicitarlas por escrito, pero sí han quedado sus huellas en sus estudiantes, en sus practicantes o en los colegas con los que han interactuado. Pero, más allá de estas, ¿dónde queda el saber que estos profesores han construido en tantos años de ejercicio de la docencia? Por otra parte, se propuso realizar un énfasis en la voz propia evitando referencias teóricas explícitas para traccionar la emergencia de las ideas propias (aun influenciadas por lecturas y voces colectivas) y posibilitar, así, una escritura que revelara lo que los docentes piensan como modo de comenzar a construir, por qué no, una corriente de pensamiento uruguaya acerca de la enseñanza de la matemática.

En este libro queremos recuperar y hacer patente los saberes de un grupo de profesores de matemática, que además de caracterizarse por su excelencia profesional como formadores de profesores o como profesores adscriptores, poseen un sello distintivo que se revela en sus escritos: el compromiso reflexivo con el ejercicio de la docencia.

Este volumen está dirigido a la comunidad educativa nacional e internacional, a padres y ciudadanos interesados en conocer el pensamiento de un grupo de profesores de matemática y las ideas que los guían en su accionar en el aula. Ofrecemos estos escritos como testimonio del ejercicio de un maravilloso oficio: profesor de matemática.

Cristina Ochoviet

Reflexiones sobre la enseñanza de la matemática en la enseñanza media uruguaya

Cecilia Barranguet

Para reflexionar sobre mi concepción actual de la enseñanza de la matemática, haré referencia a la perspectiva institucional uruguaya que tanto me ha incomodado en mi vínculo profesional con la enseñanza media. Reflexionaré sobre asuntos sistémicos, desde mis más firmes convicciones, apoyada en cada una de las experiencias e intercambios que he tenido con alumnos y colegas, y con la propia institución educativa de la que formamos parte y cuyas normas nos rigen. Por último, compartiré mis concepciones didácticas, que están basadas en mi experiencia de 20 años de docencia y en mi constante búsqueda por mejorar mi labor docente.

De lo institucional

Es de conocimiento público que la matemática resulta un problema para muchos, y es rechazada y temida por una parte importante de la población. Al mismo tiempo, podríamos decir que es injustamente valorada. Más allá de la indiscutible importancia y trascendencia de la matemática como disciplina, para la mayoría de las personas el vínculo con la matemática supone un peso que pondera el *entender* o *no entender* la matemática como un factor determinante para juzgar la inteligencia. Para ejemplificar esto último, comparto lo que me ha ocurrido muchas veces: al comentar que soy profesora de matemática me responden «¡Ah, entonces debés ser muy inteligente!». Este ejemplo cotidiano, que a cualquier profesor de matemática le pudo haber ocurrido, nos muestra el modo en que esta rama del saber es valorada culturalmente. Sin dudas, esta creencia compone, en parte, la construcción social y cultural relativa al vínculo con el conocimiento matemático, como también lo hacen las pruebas estandarizadas y los programas escolares que ponen gran relieve en las habilidades matemáticas.

Independientemente de estas cuestiones de origen histórico, social, institucional, etcétera, que afectan sin duda a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, existen hoy en día diversos problemas propios de la enseñanza media uruguaya. A modo de ejemplo, podemos mencionar que Uruguay arrastra con una escasa proporción de profesores de matemática egresados de centros de formación docente. Según INEEd (2014), en el año 2012, aproximadamente el 42% de quienes tenían clases de matemática a su cargo en enseñanza media eran titulados, no necesariamente egresados de un centro de formación docente; esta cifra nos informa aún más si se la compara con el respectivo 13% registrado en el censo de la ANEP en 1995.

Lo anterior ilustra parte del panorama de la formación de quienes tienen cursos de matemática a su cargo en los liceos públicos del país. En el mejor de los casos, han egresado de un centro de formación docente en matemática, tienen un conocimiento sólido de la disciplina, ejercen la docencia de un modo comprometido, se han actualizado a lo largo de su trayectoria profesional y generan un ambiente propicio para el aprendizaje en sus clases. En el peor de los casos, tienen una formación totalmente insuficiente para el cargo que ocupan y cometen errores matemáticos alarmantes que provocan un daño de magnitud inconmensurable y difícilmente promisorio. Entre estos dos extremos de características reconocibles, tenemos el espectro del colectivo docente.

Sumado a esto, la formación docente y la formación permanente en el caso de los profesores de matemática parecería no ser seriamente considerada, ni siquiera por las autoridades de la educación pública. Me refiero a dos aspectos particulares: la obtención de la efectividad docente (aún sin tener título en algunos llamados a concurso) y al modo de ascender en el escalafón[1] para la elección anual de las horas de trabajo.

Respecto al primer punto, en el año 2018, el Consejo de Educación Técnico Profesional (CETP) realizó un llamado a concurso de efectividad en diversas áreas de la matemática, en el que hubo cierto desconocimiento del título de formación docente. Situaciones similares han sucedido en concursos de efectividad convocados por el Consejo de Enseñanza Secundaria (CES). Un ejemplo de estos concursos –que nada tienen que ver con el reconocimiento y la profesionalización docente– es el del año 2004. Para completar el destrato a nuestra profesión, el título docente es, en la enseñanza media pública del país, ridículamente *premiado* con un plus equivalente al 7,5% de alguna fracción del sueldo (en mi caso, un aproximado de 1800 pesos uruguayos[2] mensuales).

Bajo este panorama, es sensato decir que, si bien es cierto que la carrera docente no garantiza un ejercicio satisfactorio de la docencia, su reconocimiento a nivel político e institucional connotaría respeto a la profesión y credibilidad a la carrera docente. Desde mi perspectiva, es necesario que la profesionalización docente sea defendida, no solo por sus propios actores (quienes no siempre la defienden como una desearía) sino con las propias decisiones de las autoridades de la educación.

Respecto al ascenso en el escalafón docente, la formación permanente tampoco es seriamente reconocida. Las evaluaciones de los docentes surgen de lo que se le llama *antigüedad calificada* que consiste en un puntaje de un máximo

[1] Es una lista en la que se ordenan todos los habilitados para dar clases de matemática en la enseñanza media. Estas listas están ordenadas por antigüedad (en primera instancia) y por puntaje dentro de un mismo escalafón de antigüedad. Es decir, un docente con 8 años de antigüedad puede ser, por ejemplo, un doctor en didáctica de la matemática y sin embargo, tener menos categoría en el escalafón docente que alguien que no tiene ningún título terciario ni universitario.

[2] Equivalente a aproximadamente 50 dólares americanos.

de 140 puntos que se le otorga año a año a cada docente efectivo del país donde se tienen en cuenta: el informe de inspección (el cual surge de una instancia que sucede esporádicamente cada varios años); el informe de dirección (que muchas veces queda en manos de un director considerado como negligente por sus compañeros de trabajo); el cociente ponderado entre la cantidad de horas que dictó y las que debió dictar en el año lectivo; y la antigüedad que otorga un punto por cada año trabajado, con un máximo de 20 puntos. Es decir, el modo en que se evalúa a un docente efectivo no depende de la formación que haya tenido dicho docente, sino de estos criterios específicos, que prácticamente dejan de lado la formación continua de los docentes efectivos. Esta cuestión, librada a demasiadas subjetividades, no hace más que volver a desconocer el desarrollo profesional docente.

Otro problema no menor, que desde mi punto de vista atenta con la calidad de la enseñanza de la matemática, es la extensión ambiciosa de los programas oficiales. Si año tras año resulta imposible abarcar los contenidos de los programas curriculares, ¿no será necesario reformular dichos programas para que puedan abordarse los contenidos a trabajar en los cursos? Frente a la constante queja social y cultural sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, ¿es posible realizar un cambio? ¿De qué depende poder hacerlo? ¿Debemos enseñarle a todos los alumnos la misma matemática?; y las clásicas preguntas: ¿por qué enseñamos lo que enseñamos?, ¿por qué enseñamos como enseñamos?

Podríamos seguir enumerando asuntos relativos al modo en que funciona el sistema educativo uruguayo que, a mi criterio, atentan contra una enseñanza de calidad. Sin embargo, es deseable también reflexionar sobre las cuestiones que, a pesar de este panorama, hacemos los profesores de matemática para ejercer la difícil tarea de enseñar matemática en los tiempos de hoy.

Por un lado, de un tiempo a esta parte, ha habido cambios tecnológicos que afectan fuertemente a la sociedad en general y a la enseñanza en particular. Sin dudas, la concepción sobre la enseñanza de la matemática tiene que mostrar gran diferencia si la comparamos con lo que fue la enseñanza de la matemática de finales del siglo pasado. Sin embargo, estos cambios no se perciben ni se producen con la misma velocidad que sucedieron los cambios tecnológicos, ni con la misma necesidad que esbozan los bajos niveles de comprensión de la matemática que enseñamos y los vertiginosos cambios coyunturales.

Por otro lado, los docentes hemos sido testigos de infinidad de evidencias que muestran la falta de entendimiento de los estudiantes respecto a los objetos matemáticos que se trabajan en los cursos. Muchas veces, las acciones de los estudiantes nos muestran sus concepciones, ideas, o construcciones conceptuales, que aparentan ser el producto de reiteradas experiencias carentes de sentido y significado que ofrecemos como docentes a nuestros alumnos; otras veces estas ideas o concepciones se reconocen desde la bibliografía afín como verdaderos obstáculos epistemológicos.

Desde mi perspectiva, existe una larga tradición pedagógica que prioriza la transmisión de técnicas y reglas matemáticas en detrimento de la auténtica experimentación de los estudiantes y la construcción social del conocimiento (matemático en nuestro caso). Bajo estas evidencias, cada día me convenzo más que es necesario romper con esta tradición con la que cargamos de un modo casi inconsciente.

De lo didáctico

En este afán de romper la tradición de la enseñanza de la matemática –la que siempre critiqué por parecerme la fiel reproducción de un libro, acompañada de una lista de varios ejercicios para realizar– comencé a dar clases en las que demandaba a los estudiantes mucho más producción y compromiso intelectual en sus razonamientos y argumentos. En este proceso, me di cuenta que al preguntarles el por qué de sus afirmaciones en mis clases, los estudiantes cambiaban automáticamente de respuesta, en vez de argumentar, explicar o justificar. Esto lo observé año tras año una vez que lo advertí. Cabe preguntarse: ¿por qué ocurre esto?

Por otro lado, ante la inquietud de salirme del clásico rol del profesor como «portador de saber» en el aula, comencé a devolverle a mis alumnos la preguntas que ellos me hacían. Con esto, dejaba de lado el rol de pasar recetas o reproducir definiciones, propiedades y teoremas, para concentrarme en lograr que mis alumnos asumieran responsabilidades intelectuales en el aula. En este cambio, comencé a notar que las construcciones de los estudiantes respecto a algunos objetos o razonamientos matemáticos, difieren mucho de lo que nosotros (docentes) pretendemos que sepan o creemos que saben. Es ahí que tomé consciencia de que es imposible construir sobre ideas tan contradictorias entre lo que el saber matemático enuncia y lo que los estudiantes (o algunos docentes) comprenden.

Hoy en día entiendo que como docente debo acompañar al estudiante y escucharlo en ese proceso de construcción de conceptos matemáticos, en la interpretación y usos de los registros semióticos, en el proceso de aprehensión conceptual de los objetos matemáticos.

En mis clases, parto de la base de que las concepciones de los estudiantes son el soporte sobre las que podrán construir nuevos conocimientos. Es necesario entonces conocerlas y transformarlas, no por la presentación del saber matemático en el aula, sino por el uso de la razón, la generación del sentido, el significado y el debate. En estos intercambios entre pares, se evidencian las concepciones propias de los estudiantes, y se construyen las interpretaciones y significados de las distintas representaciones semióticas y códigos semánticos.

Es por todo esto que considero importante que el docente se aventure a conocer y a anticipar las concepciones de un estudiante genérico del nivel en el que trabaja, y lo use para llevar planteos al aula que permitan poner en evidencia ciertos dilemas o razonamientos propios de este estudiante genérico en el que basó su planificación. Esto implica diseñar propuestas que permitan que el estudiante actúe sobre una tarea planteada que le ofrece resistencia, que experimente, comunique, formule, conjeture, ponga a prueba esas conjeturas con sus pares, valide o refute y obtenga nuevas conclusiones y convicciones de este intercambio con el grupo. Conclusiones y convicciones que son inseparables de las interacciones que suceden en el aula con el medio que planificó, a priori, el profesor[3].

Un ejemplo tomado de mi experiencia

En un grupo de estudiantes uruguayos de primer año de enseñanza media superior (15–16 años) se realizaron una serie de actividades en contexto geométrico, en las que se pretendía reflexionar sobre algunas cuestiones relativas a las cuerdas y diámetros de las circunferencias. La circunferencia es un concepto bien conocido por los estudiantes. No obstante, en determinado momento, y en respuesta a algunos razonamientos que estaban realizando ciertos estudiantes, surge la pregunta acerca de qué es una circunferencia. Se destinan aproximadamente cinco minutos para que, en equipos de cuatro o cinco estudiantes, escriban una respuesta, para luego discutirlas colectivamente.

Las respuestas de los estudiantes fueron las siguientes:

«Un conjunto de puntos infinitos equidistantes a un punto medio».

«Es un conjunto de puntos a la misma distancia de un punto determinado (por ejemplo O)».

[3] Claro está que la puesta en aula siempre difiere de esa anticipación realizada por el profesor. Sin embargo, muchas de las acciones anticipadas son constantes y es aquí donde tenemos un potencial material para sistematizar y aprender de nuestra propia práctica.

«Una circunferencia es un conjunto de puntos que van hasta cierta distancia que forman el contorno de un círculo».

«Una circunferencia es un conjunto de puntos los cuales todos se encuentran a la misma distancia de un punto en común».

«Es el contorno de un círculo que cuenta con 360º, un radio y un centro, también tiene infinitos puntos».

En esta clase se apeló a que los estudiantes manifestaran sus conocimientos a través del uso del lenguaje, generaran discursos en torno al concepto de circunferencia, interactuaran con las diferentes afirmaciones propuestas por los otros compañeros, y acordaran terminologías, nociones, definiciones, dilemas, etcétera, en torno a las palabras e ideas matemáticas que se expresaron por escrito y que subyacen a los sistemas de conocimientos compartidos (normativos) en la comunidad clase.

En este sentido, la interacción es valiosa dado que existe la posibilidad de que cada estudiante dialogue tanto interna como colectivamente con sus ideas y las ideas propuestas por sus compañeros. A través de esta dinámica, se promueve la comunicación y la interpretación de las acciones de los otros, que determinan el aprendizaje (la creación de significados en torno al concepto de circunferencia en este caso) y la evolución de las normas matemáticas, socio–matemáticas y sociales, tanto a nivel personal como colectivo.

En el sentido didáctico, el medio –el problema propuesto– es un tanto resistente para el estudiante, por lo que requerirá de cierto esfuerzo cognitivo, de abstracción, de desarrollo de las ideas, que le permitará adaptarse, a través del desarrollo de la cognición. A la vez, en estas instancias, el profesor aprende de los estudiantes al poder acercarse a sus ideas, con el objetivo de que estos modifiquen sus acciones y sus estructuras cognitivas de un modo autónomo y justificado. En este sentido, relato a continuación algo de lo que se dio, en esa clase, en la discusión colectiva.

Algunos estudiantes no estaban de acuerdo en que una circunferencia tenía infinitos puntos, por lo que se dio un debate en torno a ambas ideas contrapuestas, y se discutió cuántos puntos tiene una circunferencia.

En la discusión colectiva se manejaron las siguientes conjeturas propuestas por distintos estudiantes:

«Tiene 360 puntos».

«Depende del tamaño del punto».

«Tiene solo un punto (el centro)».

«Tiene 1 punto[4] (que es comienzo y el fin de la circunferencia)».

«Si abrís la circunferencia te queda un segmento que tiene un comienzo y un fin, entonces no tiene infinitos puntos».

«Tiene infinitos puntos».

La discusión relativa a la cantidad de puntos de una circunferencia duró aproximadamente treinta minutos. En este caso, la docente se remitió únicamente a que los estudiantes intentaran convencerse unos a los otros y definieran cuál o cuáles de las respuestas eran correctas. En el correr de esta clase no pudieron llegar a un acuerdo colectivo sobre este asunto, por lo que la respuesta a la pregunta quedó pendiente.

[4] Si bien los estudiantes no hicieron referencia a un sistema de ejes cartesianos, ni a las coordenadas, para ubicar al lector es necesario aclarar que los estudiantes se refirieron al punto de coordenadas (0,1), si consideramos que la circunferencia en cuestión tiene centro de coordenadas (0,0) y radio 1.

En la clase siguiente una alumna había investigado al respecto y explicó en el pizarrón algo que había leído en un libro de matemática. Aquí mi versión de su explicación:

> Como una circunferencia tiene un centro (llamémosle O), si trazo una recta a la que pertenece el punto O, entonces esta recta intersecará a la circunferencia en dos puntos. Dado que existen infinitas rectas distintas, a las que pertenece el punto O, y que para cada una de esas rectas encontramos dos puntos distintos en la circunferencia, podemos afirmar que la circunferencia tiene infinitos puntos.

Luego de esta exposición, se motiva a que los estudiantes emitan opiniones sobre lo esbozado en el pizarrón por la compañera. Se acepta el hecho de que por un punto pasan infinitas rectas y se concluye que la circunferencia tiene infinitos puntos.

Sin dudas, ante este problema casi filosófico, podría surgir, con base en las conjeturas anteriormente formuladas por los estudiantes, que la cantidad de rectas que *pasan por un punto* dependen del «grosor de la recta». Por otro lado, sería una conjetura intuitiva (aunque incorrecta), que la circunferencia tiene el doble de puntos que la cantidad de rectas a las que pertenece el centro de la circunferencia. De todos modos, no es la intención detenerse en estos asuntos dado que los temas que se pretenden abordar en la unidad de geometría métrica de primer año de enseñanza media superior son ángulos en una circunferencia, arco capaz y lugares geométricos.

Cierre

Por último, expresar que lo anteriormente compartido pretende dar evidencias de que la enseñanza de la matemática nos demanda una constante profundización, revisión y reflexión en lo que a lo ético, didáctico, epistemológico, psicológico, social, cultural y cognitivo respecta. Sin dudas, tomar conciencia de estos aspectos nos revela la complejidad de cualquier acto de enseñanza y aprendizaje, a la vez que nos llama al desafío de estudiarlos.

Referencias bibliográficas

INEEd (2014). *Informe sobre el estado de la educación en Uruguay 2014*. Montevideo: Autor. Recuperado de: <https://www.ineed.edu.uy/images/pdf/informe-educacion-2014.pdf>.

•

De qué hablo cuando hablo de enseñar matemática

Carla Damisa

Estar sentada frente a la computadora, con una hoja en blanco y pretender responder *¿cómo concibo la enseñanza de la matemática?*, me desafía a pesar de que, centralmente, la tarea del profesor es enseñar y hace unos cuantos años que la llevo a cabo. La pregunta, no obstante, no es sencilla de responder, qué elegir para dejar escrito, para poner a discusión de otros, para pensar, pensarme y pensarnos. Se produce así una paradoja interna. La concepción sobre la enseñanza de la matemática está, sobre todo en acto, en mis planificaciones, también en el análisis y reflexiones sobre lo que hago, en los intercambios con otros colegas y también en lo percibido y conceptualizado por los estudiantes que transitan por *mis* aulas.

En cierta manera, las concepciones de enseñanza albergan un correlato de concepción del aprendizaje. Digo *en cierta manera* porque la enseñanza y el aprendizaje no funcionan como causa y consecuencia. Sin embargo, entre la enseñanza y el aprendizaje hay implicancias, se tejen ideas, concepciones, formas de hacer y de sentir, en este caso sobre la matemática.

Seguramente mi pensamiento sobre la enseñanza de la matemática está permeada por el camino que he recorrido, por las lecturas y estudios realizados, por las investigaciones llevadas a cabo, por el análisis y la reflexión sobre algunos hechos que marcaron y marcan la tarea de enseñar y de aprender. Sostengo que la concepción de enseñanza de la matemática que tengo está íntimamente relacionada con la idea de matemática como objeto de enseñanza.

En este sentido, concibo la matemática como un producto social y cultural. Entiendo que es cultural porque las ideas matemáticas de cada período histórico están atravesadas por las ideas y concepciones de la sociedad en la que surgen. De este modo, lo que se construye está condicionado por esas ideas, es decir, hay una relación dialéctica entre lo que se produce y las condiciones bajo las que esa producción sucede. Asimismo, es un producto social porque cuando una comunidad intenta resolver ciertos problemas lo hace a partir de las interacciones entre los sujetos que pertenecen y se reconocen como parte de ella, de tal modo que los resultados de esas resoluciones se asumen como producto de esas interacciones.

Es así que ciertos problemas al resolverse pueden dar lugar a nuevas preguntas, las que al mismo tiempo se pueden visualizar como nuevos problemas. En este marco, el aula de matemática es un ejemplo de comunidad de producción matemática. A partir de situaciones que propongo con intenciones de enseñanza, la clase se transforma en un espacio de producción de ideas matemáticas. Ideas matemáticas que son nuevas para esa comunidad, esa clase, esos alumnos, aunque no para la sociedad en general. De alguna manera, las relaciones del teorema de Pitágoras seducen de igual modo a esta comunidad matemática que está trabajando por primera vez con esas ideas como hace miles de años.

En el aula las ideas matemáticas se transforman y se validan según las reglas que se construyen a partir de las discusiones promovidas por el docente y por las normas del debate matemático. Este encuadre regula las interacciones entre los alumnos, y entre alumnos y docente a raíz de un cierto saber. De esta manera, según mi parecer, los profesores tenemos la responsabilidad de gestionar estas interacciones y organizarlas para dar lugar a las confrontaciones de producciones de ideas de modo que se vayan conceptualizando algunas nociones matemáticas.

Quiero destacar en este relato la noción de proceso en relación a la enseñanza y el aprendizaje de ideas matemáticas. Concebir que una idea matemática no se atrapa de una vez y para siempre, implica considerar que esa idea es provisoria y que está en relación con múltiples aspectos: al tipo de problemas que resuelve, a los saberes anteriores de los estudiantes, a las relaciones que se establecen con otros aspectos de ese concepto, a la vinculación con el contexto de producción, a los tipos de registros de representación usados, a los errores cometidos e ideas inacabadas, etcétera.

Considero necesario pensar un proceso de producción matemática a desarrollar en un aula en la que se tenga en cuenta las condiciones institucionales, así como también las condiciones de los estudiantes que la integran, los conceptos matemáticos en juego y el grado en que los estudiantes los tienen disponibles con el fin de profundizar esos conceptos y avanzar sobre otros.

El centro de lo que estoy planteando es que, desde mi punto de vista, para enseñar matemática es imprescindible considerar el aula como un espacio para la producción de conocimiento matemático. En este sentido, si el aula es un espacio de producción, un asunto a tener en cuenta es la organización de la enseñanza de la matemática de manera dinámica y no cerrada, como una obra a producir por esa comunidad–aula. Con esto me opongo en pensar la enseñanza de la matemática de una manera prescripta independientemente de la comunidad de referencia a la que se dirige. Es imprescindible considerar las interacciones en relación a un cierto saber matemático entre estudiantes, entre estudiantes y docente, entre estudiante y saber, entre docente y saber a enseñar.

Saber matemática no es solo saber definiciones y teoremas con el fin de tenerlos disponibles para usarlos como herramientas para resolver actividades y problemas, es también, y sobre todo, *ocuparse de problemas*. Una posibilidad de ocuparse de problemas es *entrar* en ellos para explorarlos, formular conjeturas, probarlas[1], escribir sobre los asuntos matemáticos en juego, construir modelos, formular nuevas preguntas y respuestas, donde esas respuestas provean de nuevos conocimientos matemáticos que puedan ser atrapados en profundidad por los estudiantes.

A partir de los debates que se producen durante las transformaciones de las ideas matemáticas, se presentan *in situ* las reglas del debate matemático, que son reglas distintas a las que rigen los debates de otras áreas. Necesitándolas y usándolas es que los alumnos entran en el juego de pensar matemáticamente y, a su vez, comienzan a considerar y construir ideas matemáticas, conociendo las reglas que los rigen y la forma de producción de esos asuntos, sus limitaciones, etcétera. Reglas del debate como por ejemplo: un enunciado matemático puede ser verdadero o falso, o que para probar que una proposición matemática es falsa alcanza con ofrecer un contraejemplo, o también que en matemática no es suficiente presentar algunos ejemplos que verifiquen una proposición para probar que esta es verdadera. Reglas que irán emergiendo mientras se transita por los problemas.

Los aspectos mencionados hasta el momento conforman una idea de *hacer matemática*. Al decir hacer matemática incluyo la reflexión y el análisis sobre ese hacer, es decir es un *hacer ampliado*, un *hacer matemático reflexivo*. Este hacer reflexivo produce más matemática, porque ayuda a pensar en las ideas que sustentan esas producciones y en los modelos matemáticos de los que cada sujeto dispone y los nuevos que se puedan construir.

Otro de los elementos estructurantes es la manera de considerar la gestión de la clase, porque es la gestión de la clase la que determina los modos de invitar a los estudiantes a entrar en ese juego del hacer matemático reflexivo. En ese

[1] Al hablar de pruebas matemáticas estoy considerando tanto las pruebas pragmáticas como las intelectuales según sea el nivel en el que estemos trabajando. Es importante tener en cuenta que, si los aprendizajes son provisorios los tipos de prueba también lo son.

sentido, cuando pienso en la gestión incluyo asuntos relacionados a la planificación en secuencias de actividades, previo análisis del conocimiento a ser enseñado con el fin de considerar los aspectos de ese conocimiento y las relaciones entre ellos, así como también la construcción de relaciones con otras ideas matemáticas.

Entre los haceres matemáticos reflexivos ilumino de manera distintiva la escritura en matemática. La escritura considerada en su función epistémica, con el fin no solo de comunicar ideas sino de aprender nuevas a partir de esas escrituras, de sus reescrituras, a la luz de confrontaciones en el aula. En la consideración del aula como espacio de producción matemática, la escritura puede alojar esas producciones, con el fin de mejorarlas, revisarlas y tomar conciencia para otorgar un espacio a ese aprendizaje. Al referirme a escrituras matemáticas lo hago desde el lugar de producciones con distintos registros de representación, donde el lenguaje natural tenga su espacio y no sea solo subsidiario del lenguaje formal de la matemática. He comprobado en mis clases que el trabajo sostenido con la escritura matemática genera espacios que empoderan a los estudiantes pues a través de la escritura el alumno vuelve sobre lo hecho, sobre sus primeras ideas, las revisa, las confronta con otras y es así como se va construyendo una trama más estable entre conceptos y relaciones matemáticas. Esa escritura no tiene por qué ser convocada siempre por el docente, muchas veces he visto que son los propios estudiantes que sienten la necesidad de realizarla para organizarse, para comunicar de manera más profunda, en suma, para aprender matemática.

Cuando en un aula todo esto acontece se produce la maravilla del aprendizaje en matemática. De esto es de lo que hablo cuando hablo de enseñar matemática.

•

Why do you want to become a math teacher?

Jimena Fernández

Entré al IPA con 18 años, recién salida del liceo. Cuando estaba cursando el primer año, di un examen internacional de inglés que venía preparando hacía un tiempo. En ese examen se hacía un énfasis muy importante en la parte oral. No había nada que preparar para esa parte, solo tenía que encontrarme con quien me iba a tomar el examen, y conversar con esa persona sobre lo que él o ella quisiera. Una de las primeras preguntas que me hizo fue qué estudiaba. Me lo habían preguntado mucho, es una pregunta muy común a esa edad, y cuando contaba que estaba estudiando para ser profesora de matemática las reacciones eran muy diversas. La mayoría ponía cara de sorpresa y algunas, hasta de desaprobación. Pero, generalmente, nunca me preguntaban por qué. Ese día sí me lo preguntaron.

Hay algo que es clave al dar un examen oral de inglés: nunca hay que quedarse callado. Hay que hablar mucho. Como sea, decir lo que sea, pero nunca quedarse callado. Por lo tanto, responder un simple «porque me gusta», que era lo que solía responder cuando me lo preguntaban, no era una opción. Tenía que dar motivos, justificar mi elección, dar argumentos. No recuerdo bien qué fue lo que dije, pero sí recuerdo que no sabía qué contestar. Lo que es seguro es que no me quedé callada, pero debo haber contestado cualquier cosa, porque lo cierto es que no se me ocurrieron, en ese momento, argumentos para justificar por qué estaba estudiando para ser profesora de matemática.

El examen continuó, hablamos de mi personalidad, de mis gustos y de mis intereses. Fue ahí cuando surgió otra pregunta que me complicó las cosas. Me preguntaron, todo en inglés, cómo era que yo, siendo una persona tímida y con dificultad para hablar en público, pensaba dedicarme a estar parada frente a una clase hablando para un montón de estudiantes. Como pude intenté explicarles que no era lo mismo, pero creo que mucho no los convencí.

Pero volviendo a la primera pregunta (después volveré por la segunda), me quedé pensando en por qué había decidido ser profesora de matemática por un buen tiempo. No tenía dudas de que eso era lo que me gustaba y lo que quería estudiar. Lo que no lograba era poner en palabras el porqué. Estaba claro que no era solamente porque me gustaba la matemática, ya que si ese hubiera sido el caso hubiera estudiado licenciatura en matemática, o alguna otra carrera que demandara una buena cantidad de conocimientos matemáticos. A mí sí me gustaba la matemática, y me sigue gustando, pero ese no era el motivo por el que yo quería ser profesora de matemática. La clave estaba en enseñar.

Ahora, ¿por qué yo quería enseñar matemática? ¿Qué era lo que yo veía en la enseñanza de la matemática que me llamaba tanto la atención? ¿Por qué quería dedicarme a eso? Al principio solo podía decir que eso me gustaba y no mucho más. A medida que fue pasando el tiempo, y que fui avanzando en la carrera y, sobre todo, fui empezando la práctica docente, pude ir afinando un poco mis ideas.

Fue al comenzar la práctica docente que confirmé que eso era lo que yo quería hacer, de lo que quería trabajar. Era lo que pasaba dentro de una clase de matemática lo que a mí me gustaba y, por suerte, aún me gusta. De esto es que surge la pregunta, ¿qué es lo que pasa dentro de una clase de matemática? Bueno, pasar puede pasar cualquier cosa, esa es una de las principales características de este trabajo con la que tenemos que convivir, es impredecible. Podemos tener todo pensado y estructurado, pero un solo comentario, o una sola pregunta puede llevarnos a lugares que no habíamos previsto. Trabajamos con personas, con adolescentes, más específicamente, por lo que es una ilusión pensar que podemos controlar todo lo que va a suceder en nuestras clases. Es más, si vamos con esa idea, lo único que haremos será frustrarnos una y otra vez, ya que tener el control de todo es algo que no va a suceder.

Al principio eso puede resultar bastante estresante, pero con el tiempo se transforma en una de las características más disfrutables, porque la falta de control da espacio a la sorpresa. La sorpresa es una de esas cosas que pasan dentro de una clase que hace que me guste mi trabajo. La sorpresa tanto de los estudiantes como la mía. Me resulta muy disfrutable ese momento en el que un estudiante se da cuenta de algo. Ese momento en el que algo que no había pensado se le presenta, o que algo que le resultaba evidente deja de serlo, o que se sorprende a sí mismo preguntándose cosas que nunca se le habían ocurrido. Esa cara de sorpresa, ese instante, me resulta impagable. Pero también me resulta tremendamente disfrutable ese momento en el que la sorprendida soy yo. Cuando un estudiante me hace una pregunta que me descoloca, cuando me plantea un problema del que no me había percatado, cuando no tengo respuesta. No voy a negar que mi primera reacción es ponerme tremendamente incómoda, pero luego, cuando me pongo a pensar, cuando ellos ven que tengo que pensar, y hasta cuando tengo que contestar que no sé, veo la satisfacción en la cara del estudiante que hizo la pregunta, veo la aprobación de sus compañeros hacia él, y lo disfruto. Hace tiempo que lo que hago es comprometerme a pensar o averiguarlo para la siguiente clase, y trato de hacerlo siempre. Pero lo que más me gusta de esta situación es que nos recuerda, a mí y a ellos, que la profesora de matemática no sabe *todo*, no tiene las respuestas a todas las preguntas y que, en definitiva, eso no importa. No importa que yo tenga todas las respuestas o que no las tenga, lo que importa es lo que está sucediendo en esa clase en ese momento. Estamos haciendo preguntas. Estamos pensando, cuestionando y buscando respuestas. Y más importante aún, ellos lo están haciendo.

Esto me obliga a volver a una de las preguntas que tuve que responder en ese examen de inglés que mencionaba al inicio: si yo me definía como una persona tímida que no le gustaba hablar en público, cómo iba a estar frente a una clase llena de estudiantes mirándome y escuchándome.

Pero el error ahí está en la misma pregunta. Para mí no hay ninguna contradicción, ya que lo que me resulta sumamente estresante del hablar frente al público, es ser el centro de atención, pero en una clase, al menos como yo la entiendo, no soy yo el centro de atención. El centro es lo que sucede en la clase. El centro es el aprendizaje. Porque, volviendo nuevamente a la cuestión de qué es lo que sucede en una clase de matemática, yo creo que en una clase de matemática se construye el conocimiento entre todos y así, envueltos en esa construcción, es que se aprende. Por lo menos eso es lo que yo aspiro a que suceda. Mi tarea como docente debe ser plantear situaciones, presentar temas y propiciar el ambiente para que se produzca esa construcción. Propiciar el intercambio entre los estudiantes, intercambio con el docente, intercambio con el conocimiento.

Yo creo que la clase de matemática tiene que ser un espacio que dé lugar para la creación. No quiero decir con esto que se vayan a realizar descubrimientos matemáticos innovadores, nada de eso. Pero cuando el estudiante no conoce algo, por más que no sea nuevo para nosotros sí es nuevo para él. Lo puede descubrir, lo puede construir, lo puede crear. Y eso es lo que a mí me gustaría que pase en mi clase de matemática. Porque pienso que es a través de esas instancias que se generan los aprendizajes. Y creo que mi tarea como docente es tratar de propiciar instancias en las que los estudiantes puedan construir en forma colaborativa sus aprendizajes. Con ese centro de atención, mi tarea está en lograr que los estudiantes se sorprendan de sus logros y que creen cosas nuevas (nuevas para ellos), que cuestionen sus conocimientos previos y que compartan con sus compañeros sus preguntas.

Bueno, ¿pero cómo se hace eso? El pensar cómo lograr que eso suceda en una clase también es algo que disfruto muchísimo. Planificar. Buscar ideas, leer diferentes propuestas, charlar con compañeros que hacen cosas diferentes a lo que uno hace, sorprenderse con enfoques que nunca había pensado. En definitiva, las actividades previas a una clase también involucran sorpresa, descubrimiento, creación. Y son aún más disfrutables cuando se logran hacer en equipo, trabajando con otros profesores que tienen sus propias ideas acerca de qué es lo que debe pasar en una clase de matemática, compartiendo esas ideas y creando nuevas.

Como dije antes, es impredecible lo que puede suceder en una clase, por lo que, por más que uno se proponga e intente que ciertas cosas sucedan, probablemente no todo salga según lo esperado. Quizás, por motivos que no tienen que ver ni con uno ni con los estudiantes sino con asuntos imponderables que no habilitan la generación de espacios con las características que ya mencioné. Pero eso no cambia la cuestión. Yo descubrí que lo que me gusta de la enseñanza de la matemática es que se genere a través del descubrimiento, de la creación y la construcción colaborativa. No sé si eso va a suceder siempre en mis clases, probablemente no, pero lo que si sé es que voy a trabajar para que así sea, porque pienso que es de esta manera como se aprende matemática y porque es así como disfruto mi trabajo.

¿Por qué enseñar matemática? o ¿por qué enseñar?

Sergio Krismanich

Cuando me invitaron a escribir algunas líneas a propósito de mi opinión sobre la enseñanza de la matemática, haciendo énfasis en el trabajo concreto desde el aula, no dudé en aceptar el desafío pues siempre hay interrogantes y reflexiones que me interesa compartir. Mi pretensión en estas líneas es, entonces, plantear algunos de los pensamientos que han estado presentes a lo largo de mi recorrido en esta profesión.

Una de las preguntas claves a la hora de elegir una profesión debe ser cuáles son los motivos por los que hacemos esta elección. Cuando le presento esta interrogante a un practicante, espero que su *primera razón no sea el gusto por la matemática, sino el placer de poder educar*, y luego, en segundo orden, la opción de la materia. Creo que esta debe ser la primera premisa para un profesor de matemática: antes que nada, debe sentirse (para poder luego ser) un educador. De ahí que en una clase de matemática algunos objetivos generales siempre deben estar presentes.

Creo entonces fundamental cuestionarse a propósito de cuáles deberían ser los objetivos que atraviesen permanentemente nuestro trabajo en las aulas, teniendo en cuenta a la enseñanza de la matemática como herramienta de formación integral del alumno. Trataré de enumerar, a continuación, algunos que se me ocurren como principales, aunque la lista quede necesariamente corta.

Fomentar el desarrollo del pensamiento lógico

Muchas veces me he enfrentado a la fatídica pregunta de los alumnos: «¿para qué sirve saber esto?». Hay conceptos de la matemática que enseñamos en el liceo para los que esta pregunta es más fácil de responder: la proporción, las áreas, los volúmenes y la estadística son ejemplos de ello y debemos en estos casos apoyarnos siempre en situaciones cotidianas para explicarlos. Sin embargo, contestar a esta interrogante cuando se trata de otras nociones más abstractas, siempre me ha resultado un gran desafío.

Pienso que en la educación secundaria uno de los objetivos fundamentales de la matemática es fomentar en nuestros alumnos el desarrollo del pensamiento lógico, aunque nuestros estudiantes no queden conformes con esta contestación.

A propósito, en mi caso particular, siempre estuve a la búsqueda de ejemplos en los que se pudiera utilizar una expresión algebraica de forma más o menos concreta. Debo confesar mi frustración al respecto, ninguno me ha conformado por considerarlos demasiado ficticios. Ante la imposibilidad de encontrar situaciones concretas no forzadas que se puedan aplicar a un concepto, considero mejor aplicar problemas que se mantienen sobre todo en el universo matemático abstracto. Por esta razón, utilizo problemas de algoritmos de cálculo o problemas de áreas y perímetros de figuras variables para poder darle el verdadero sentido que creo tiene este tema. Probablemente muchos de nuestros alumnos no necesitarán más adelante manipular polinomios en su vida adulta. Sin embargo, no dudo en que las expresiones literales son una herramienta ideal para el desarrollo del pensamiento lógico, pues saber generalizar un cálculo, demostrar que dos cálculos variables son o no equivalentes (entendiendo en qué situación se puede o no argumentar a partir de ejemplos), y aplicar otros conceptos de las funciones para resolver una situación planteada, ayuda sin duda a desarrollar este tipo de pensamiento deductivo. En definitiva, de lo que estamos hablando cuando hacemos matemática es de modelos que permiten solucionar problemas, sean de la vida real o no.

No olvidemos el sentido de la matemática, fundamentalmente de la geometría, para los griegos de los siglos V y IV a. C. En el frontón de la Academia de Platón se podía leer «No entre aquí quien no conoce de Geometría» por entender que esta, por encima de todo, era la verdadera expresión de la belleza del pensamiento.

Fomentar el desarrollo de la comunicación

Otro objetivo fundamental es contribuir a la mejor comunicación, tanto oral como escrita, de nuestros alumnos. Es por esto que insisto siempre en que todo ejercicio o problema resuelto debe concluir con la respuesta a la consigna, y que el proceso de razonamiento debe estar claramente explicitado.

Lo mismo debe pasar en la comunicación oral: la discusión debe estar presente en la mayoría de nuestras clases. Debemos trabajar en el análisis de la situación presentada y las consignas, en el proceso de resolución y en la respuesta final. En este intercambio de ideas hay que aprovechar para corregir la forma de transmitir de los alumnos cuando es necesario, pero siempre teniendo en cuenta un tercer objetivo: generar confianza en nuestros estudiantes.

Generar confianza en los estudiantes

Creo que uno de los grandes problemas de esta generación de estudiantes es la baja tolerancia a la frustración. De ahí que la matemática, por el contrario del imaginario popular, debe ser siempre generadora de confianza. Plantear una clase desde las distintas respuestas de los alumnos es sumamente enriquecedor, y para ello los estudiantes deben permitirse la equivocación. Una clase en la que el error es admitido como normal, entendiendo que siempre hay una lógica detrás de él, y donde todo lo expresado en el aula es valorizado es, seguramente, mucho más productiva que una en donde solamente se decide colectivizar aquello que es correcto. Siempre insisto en las «dos grandes mentiras de la matemática» que están instaladas en el imaginario popular. Por un lado, «la matemática solo es para gente destacada», y, en segundo lugar, «la matemática no se estudia». He escuchado estas dos frases innumerables veces. Creo necesario permanentemente insistir en que son falsas, pues están directamente vinculadas al fracaso de un estudiante. Si la matemática no se estudia, entonces no hay manera de mejorar y más si solo está destinada a gente destacada.

Algunas falsas dicotomías

A lo largo de mi experiencia docente he enfrentado algunas dicotomías que me han hecho, en distintos momentos, ponerme de un lado u otro. Aprovecho, entonces esta oportunidad para presentarlas.

Rigor versus comprensión

Siempre tuve claro que en matemática había que ser riguroso. Pero una incorrecta interpretación de esta premisa me llevó a extremos tales como, a la hora de un programa de construcción, exigir la notación matemática rigurosa de cada paso del algoritmo de dicha construcción. Hoy creo que eso fue un error, pues muchas veces la dificultad de entender ese lenguaje era superior a la de comprender el proceso de la construcción, ya de por sí dificultoso. Actualmente me pregunto: ¿hubiese sido menos *riguroso* si escribía cuidadosamente el algoritmo en español ayudado por los alumnos?

Esta insistencia en el *rigor matemático* me ocurría incluso en las definiciones. Muchas veces, sin darme cuenta, priorizaba la escritura de la definición antes que la comprensión del concepto.

Un ejemplo claro es la definición de función creciente o decreciente: ¿Hay diferencia si en lugar de decir «*una función f es estrictamente decreciente en un intervalo I si y solo si para todo par* x_1 *y* x_2 *de I se cumple que si* $x_1 > x_2$ *entonces* $f(x_1) < f(x_2)$» se dice «*una función f es estrictamente decreciente en un intervalo I, si y solo si en ese intervalo a valores mayores de x le corresponden imágenes menores*»? Debo confesar que cada vez me inclino más por esta segunda pues no creo que sea menos rigurosa y sí más comprensible.

Con el paso del tiempo descubrí que, en definitiva, había confundido la noción de rigor matemático a la hora de enseñar. Para mí el rigor *jamás* debe nublar la comprensión del concepto. Las concesiones que hagamos deben ser estudiadas, discutidas y acordadas por todos los colegas si es posible, en pos del mejor entendimiento conceptual, siendo siempre cuidadoso de no generar errores conceptuales.

Hacer descubrir versus explicar nociones

Esta es otra de las dicotomías que han estado presentes en mi práctica. La mayoría de las personas de mi generación tuvimos la imagen del docente como aquel que poseía el conocimiento y lo explicaba de manera magistral para que nosotros, sus estudiantes, pudiéramos entenderlo y aplicarlo. Por suerte, la gran mayoría de los docentes, creo, ya entendemos que la matemática se aprende solo si se hace. En este sentido, descubrir, conjeturar, demostrar, construir, dudar, discutir, son siempre verbos que deben estar presentes en la mayor parte de nuestra práctica.

¿Esto significa que las clases magistrales ya están perimidas? Creo que no. Como en muchas cosas me adhiero a una suerte de eclecticismo, pero siempre teniendo en cuenta que en toda clase debe haber trabajo del alumno para elaborar y comprender el concepto, y esto *no debería cambiar en segundo ciclo.*

Últimas consideraciones

Distintas personalidades en el salón de clase

Muchas veces les pongo a mis practicantes el mismo ejemplo: a la hora de armar un mueble que viene con sus instrucciones hay, como mínimo, dos tipos de personas: las que leen todo el manual antes de empezar, y las que se lanzan a construirlo y solo lo miran cuando lo creen necesario. Es necesario entender que esas mismas personalidades (y muchas más) están en el salón de clase y hay que aprender a contemplar a todos.

La historia de la matemática dentro del salón de clase

Considero que la historia de la matemática debe estar presente en nuestra práctica, tanto en primer como en segundo ciclo. No solo como un factor de atracción hacia el tema, sino para la comprensión del surgimiento del concepto y de la complejidad del mismo.

Enseñar conceptos complejos

Una de las reflexiones que suelo hacer con mis alumnos de práctica es que no debemos olvidar en el nivel que sea que estamos trabajando con conceptos complejos, por más sencillos que parezcan a veces. En este sentido, el poder explicar con cosas concretas estos conceptos siempre es importante. Por supuesto la tecnología es una herramienta fundamental, *pero el papel y las tijeras, los elementos que pueda haber en el salón, una cuerda, son también elementos a los que podemos recurrir para explicar*. En lo personal, en un momento de mi carrera tuve que compartir aula con maestras de 6º año. Esto me hizo volver a entender lo importante de la manipulación concreta para la mejor comprensión. Seguramente en mis estudios lo tuve presente, pero a lo largo de los años de trabajo me había alejado de las manipulaciones concretas. Hoy no dudo en usar una cuerda en cuarto año para volver con el concepto de circunferencia como lugar geométrico, por ejemplo.

Por esta misma complejidad la evaluación no siempre es fácil: hay que tener presente que manipular técnicamente un concepto no implica dominarlo, ni siquiera comprenderlo. Por eso, a la hora pensar las actividades, es necesario pensar propuestas que desde distintos ángulos permitan llegar a su comprensión, sin olvidar los ejercicios conceptuales.

Otra duda que crea esta complejidad en los conceptos que enseñamos es que, *aunque queramos, no siempre se puede explicar todo*. Es por esto que siempre trato de distinguir la pregunta «no entiendo esto» de «no entiendo por qué esto tiene que ser así». Un ejemplo claro es la regla de signos del producto. De nuevo, pensando en las distintas personalidades, a algunos les alcanzará la calculadora para convencerse y no será un obstáculo, y otros quizás necesiten una explicación (¡que creo no puede ser la de «los amigos»!). El conflicto se crea porque esa explicación está en el dominio de la matemática. Yo he intentado la de que «se deben seguir cumpliendo las propiedades de las operaciones que existían para el conjunto de los números naturales» (incluso ensayando algunas demostraciones numéricas). En todo caso, considero que, para todos estos conceptos lo importante es aprender a operar resignando algunas explicaciones mal que nos pese. La explicación la reservo a aquellos alumnos que así lo requieran.

A modo de conclusión

Como dije anteriormente, mi pretensión en estas líneas fue aprovechar la invitación para plantear algunos de mis pensamientos que han ido evolucionando a lo largo de mi práctica en esta profesión, entendiendo que no hay verdades absolutas. Espero haya sido un aporte para quien las haya leído sabiendo que siempre estamos aprendiendo y que en la discusión avanzamos para alcanzar nuestros objetivos. Muchas gracias.

¿Y esto para qué me sirve? ¡No entiendo!

Catherine Maldonado

Imaginemos un salón cualquiera, de un liceo cualquiera, con entre 25 y 35 estudiantes. Algo seguramente cotidiano para todos los docentes.

Los estudiantes están en grupos de dos, tres, en ocasiones cuatro (pero no más, porque es relajo). También hay alguno que está solo, decidió trabajar así, y está bien.

Todos ellos, todos, están con su lápiz, hoja, calculadora, computadora, el material que sea, discutiendo, peleando, gritando: «*no entiendo qué dice*», «*no, mirá, es así*», «*noooo*» –grita alguno, «*te voy a explicar*» –dice otro. «*¿Estará bien esto?*», lo consultan a otro grupo. «*¿Cuánto te dio? ¿Por dónde arrancaron?*». Borran, reescriben, arrancan hojas y vuelven a empezar.

Y en eso te mirás a vos mismo, vos profe, en ese momento, y tu postura física es la siguiente; a ver, tratá de seguirme. Estás sentado en la silla detrás del escritorio. Los glúteos apoyados en el borde de la misma, tu espalda apenas tocando el lado superior del respaldo, las piernas extendidas los pies cruzados, las manos en los bolsillos de la túnica o entrelazados. Como si fueras una tabla que forma un ángulo de 30º con el piso y su extremo superior apoyado en el respaldo de la silla. Sí, estás casi echado en la silla, en una posición verdaderamente cómoda. Vos observador de esa situación, tratando de escuchar cada cosa que dicen tus alumnos; las malas palabras para prohibirlas y empezar así a manejar un lenguaje adecuado, los conceptos matemáticos correctos e incorrectos, para luego darle el contenido que corresponde, escuchar para luego guiarlos en la forma de seguir su razonamiento y que este los lleve a donde los lleve, pensar las preguntas que les vas a ir haciendo. Pero de golpe te das cuenta que, mientras mirás y pensás en la situación que está frente a vos, en tu rostro hay dibujada una sonrisa.

Esa es, para mí, una clase de matemática. ¿Siempre lo logro? No, claro que no. Esa sensación ocurre muy pocas veces, pero intento trabajar todo el tiempo para lograrla. Creo que la enseñanza de la matemática se debe dar en un ambiente de intercambio, de una reflexión colectiva entre los estudiantes, de un acompañamiento de parte de nosotros, profesores. En cada clase deberíamos invitar a los estudiantes, a leer, pensar, cuestionar, criticar, resolver, analizar diferentes situaciones, comunicar aquello que piensan. La clase de matemática debe ser un escenario para poder poner en palabras del lenguaje coloquial, las palabras del lenguaje matemático. Tarea nada simple ni trivial, pero si no la pensamos como docentes, nunca la vamos a poder transmitir a nuestros estudiantes y creo que la transmisión de ese lenguaje es muy importante en las primeras aproximaciones al descubrir y al hacer matemática.

Cada vez que utilizo ese tiempo tan valioso para nosotros los docentes, cuando me siento a planificar mis clases (no así para las autoridades, si no sería remunerado) y me pregunto qué quiero lograr este año, con esta unidad temática, en esta clase concreta, con tal contenido, mi respuesta es: ese ambiente, quiero lograr esa situación de clase, estoy convencida de que esa es la manera de transitar la educación matemática.

¿Qué pienso cuando pienso mi clase de matemática?

1. *Una buena historia, no debe faltar*

Cada tema, cada problema, cada ejercicio, debe empezar con un cuento, una anécdota, una situación histórica, la sugerencia de una película, un juego, un acertijo, una obra de arte, lo que sea que les llame la atención a los gurises, que desde ese primer momento sientan curiosidad por, al menos, conocer de qué se trata lo que viene, generar un suspenso con relación a ese nuevo saber.

Siendo más específica, el año pasado trabajé por primera vez en un sexto de ingeniería. Cuando llegó la hora de abordar algunos teoremas *con nombre* busqué algo de la historia personal de Bolzano, Darboux, luego Weiertrass. Cuando empezamos a trabajar con derivabilidad les hablé de la discusión histórica entre Newton y Leibniz, acerca de quién es considerado el creador del concepto de derivabilidad y su cálculo. Llegó la hora de Rolle, y hasta ahí todo iba bien, pero con la desidia de fin de año, y el apuro por llegar a integrales, al presentar el teorema de Lagrange, solo planteé el enunciado e intentamos probar, mejor dicho, yo lo probé en el pizarrón. Qué fue lo que sucedió ahí, mis queridos estudiantes me dijeron: «*Pará, y este señor Lagrange, ¿no tiene historia, cuándo vivió?*», «*¿Qué pasaba en ese momento?*», «*¿Contemporáneo de quién era?*», «*Dejá que intentemos probarlo nosotros al teorema*».

Otra vez, esa es la clase matemática que pretendo crear. No lo hice pensado en ver qué pasaba si no hablaba sobre Lagrange, no lo hice pensado en demostrar yo el teorema, pero lo que sí hice fue haber generado en el correr del año una forma de trabajo en la que ellos se sintieron con la confianza de increparme, de criticarme, sintieron la curiosidad y el deseo de cuestionar, y sobre todo, querían conocer, intentar, borrar, frustrarse y volver a intentar. Es verdad, era un sexto de ingeniería, todo es mucho más fácil desde mi perspectiva de trabajo con estos estudiantes.

Pero en una clase de primer ciclo, con una buena historia, un juego o un simple acertijo, también funciona.

2. *Una situación problema, por ejemplo, un juego*

Y ahí, a jugar. Dejo a los estudiantes solos, no leo la letra, no sugiero, no hago nada más que entregar la consigna y mirar. Es verdad que al principio ni bien entregas la consigna lo primero que se escucha es:

– *No entiendo.*

Ante lo que respondo:

–*Pero mi estimado, si no has leído la propuesta aún.*

Lleva un tiempo insistir en leer, volver a leer, buscar datos, buscar qué pide la situación problema, generar una estrategia, ponerla en juego, buscar ahí las herramientas matemáticas que den sustento a mi estrategia de resolución. Y por último verificar la coherencia de los resultados.

Es un esquema, un cuentito, sí. Pero funciona.

He obtenido excelentes resultados con el siguiente juego que he llamado: *¿Cuál es más probable que salga?*

> *Materiales:* Un tablero, 12 fichas para cada equipo (2) y dos dados. La parte gris del tablero representa un río.
>
> *Preparación y objetivo del juego:* Cada equipo debe colocar una ficha en cada uno de los números (12). Y el objetivo es pasar sus 12 fichas al otro lado del río.
>
> ¿Cómo paso mis fichas? Tirando los dos dados a la vez y paso la ficha del número que coincide con la suma de los números de las caras superiores de ambos dados.
>
> Muy fácil si en un dado sale el 6 y en el otro un 4, voy a mover la ficha 10.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Por supuesto que a los dos segundos de haber comenzado el juego empiezan a gritar que no vale, que al 1 nunca lo van a poder mover. «Bueno, coloquen ustedes las 12 fichas donde quieran, pueden poner varias en el mismo número, con la condición de mover luego de a una ficha, si colocan cinco fichas en el número 12, y sale el 12, no mueven las cinco fichas juntas, solo mueven una ficha y les restan cuatro», les digo.

De este juego podemos trabajar varios conceptos de probabilidad que se pueden mencionar después de jugar un rato y tenemos un tema totalmente encaminado.

Considero la anterior una muy buena forma de hacer matemática que, en primer ciclo, es fundamental. Todos los estudiantes están ahí, juntos, a los que les gusta la matemática y a los que no, los que tienen facilidad y los que no, los tímidos y los que no. Proponer una situación y que la piensen, la discutan y generen estrategias para poder resolverla, genera en la clase desorden y caos, es cierto, pero una vez superado ese miedo del docente, lo que vemos es el intercambio entre las diferentes maneras de pensar y de entender de cada uno. Los estudiantes tienen que hacer un esfuerzo en no solo generar una estrategia, tienen que probar que funciona y lo que considero lo mejor de todo: se la tienen que comunicar a sus compañeros y convencerlos de que tienen razón o estar dispuestos a dejarse convencer. Con argumentos, por supuesto. Lo importante de trabajar de esta manera es intentar hacer preguntas molestas y, sobre todo, que quede claro que estamos construyendo juntos un saber. Que puede no salir, que puede costarnos mucho trabajo. Es posible que invirtamos mucho esfuerzo y al final algo no sea correcto. Pero no importa, lo que realmente importa es hacer el intento.

Con lo anterior no estoy diciendo que no me importe que los estudiantes sepan resolver un sistema de ecuaciones, una ecuación de segundo grado, interpretar un gráfico o el contenido matemático que sea. Soy docente de matemática, el conocimiento que tengo y el que quiero compartir es matemático. Es la matemática la que va a mediar mi relación con los estudiantes. Pero creo que el camino para la construcción de ese saber, es desde este lugar.

3. *Las preguntas*

Unos párrafos arriba mencioné las preguntas molestas. Las preguntas me parecen fundamentales en una clase. *¿Por qué, para qué, en qué te basas, por qué este camino y no tal otro? ¡Pero el compañero lo hizo de otra manera! ¿Cuál está bien, cuál está mal, es correcto decir que está bien o mal? ¿Estás seguro?* (Esta me encanta, la carita de cada alumno frente a estas dos palabras es genial.)

Cuando en la clase algún estudiante comunica la forma en que resolvió un problema o lo que pensó frente a determinada situación, por supuesto que el resto de los compañeros lo tiene que estar escuchando pero además me encanta provocarlos diciendo: «*No entiendo; ¿alguien me puede explicar lo que dice el compañero?*». También hay que tener cuidado con las preguntas, que no se conviertan en una serie infinita que no permita que se desarrolle el contenido que pretendo trabajar, las preguntas deben llevar necesariamente a una conclusión matemática.

4. *Comunicar lo que pensaron y trabajar sobre el error*

«*De los errores se aprende m'hijita*», me decía mi abuela y a mí me enfurecía. Pero al pensar en la clase de matemática, ¡cómo aportan!

Con base en un error pueden surgir preguntas, cuestionamiento, complicidades. ¿Cómo nos damos cuenta si lo que están pensando los alumnos es correcto o no, o si están siguiendo un «buen camino» en su desarrollo? Indagando en los estudiantes, intentando que pongan en palabras lo que pensaron, calcularon, concluyeron o elaboraron como teoría.

Es buenísimo cuando ellos sienten lo difícil que es explicar lo que pensamos. Si podemos lograr que ellos visualicen su error y vuelvan a intentar construir una nueva teoría, ese momento en una clase es maravilloso.

Otra manera de trabajar el error es a través de una tarea domiciliaria o en una clase de ejercitación de resolución de alguna ecuación, o un sistema de ecuaciones, reducción de alguna expresión, etcétera. La propuesta de trabajo es mirar que todos los alumnos hayan intentando hacer el ejercicio, pero para mí lo importante es el momento de la corrección; yo resuelvo el sistema de ecuaciones en el pizarrón, cada uno de los estudiantes debe ir comparando mi desarrollo con el suyo, y si hay alguna diferencia, intentar ver si su planteo es correcto y en caso que hayan tenido algún error operatorio se tienen que dar cuenta cuál fue, corregirlo y seguir. Visualizar el error operatorio y corregirlo es muy difícil para ellos, porque necesita de mucha atención, pero desarrolla en los estudiantes un método de autocorrección, de visualizar y corregir el error.

Todos los elementos que tomo en cuenta en el momento de pensar la clase y durante la misma, por supuesto que no siempre funcionan bien, da muchísimo trabajo, hay que poner muchísima energía y de cada diez intentos te salen satisfactoriamente tres. ¡Pero qué bueno que son esos tres!

Es cierto también que con el correr de los años, esa relación de diez a tres, de a poco, se ha ido acercando. Esas son buenas noticias.

La cima de una clase maravillosa es cuando toca el timbre y algún estudiante dice «*¿Ya tocó? ¡Qué rápido que pasó la clase!*». Qué lindo y qué orgullosos nos sentimos. Pero claro, muchas veces el comentario es «¡*Pah, no toca más el timbre!*». Y bueno, hay que saber que es parte del oficio y a seguir en la próxima.

Para terminar, está claro que yo no inventé nada. Que el desarrollo de lo que pienso e intento hacer en mis clases no es una novedad, es una simple síntesis de todos estos años de compartir, con alumnos y colegas, vivencias que han hecho a la docente que ahora acaba de presentar su pensar y su hacer ante ustedes. El discutir e intercambiar opiniones y sensaciones sobre nuestro trabajo cotidiano con otros compañeros es lo que enriquece el desarrollo de nuestra profesión. La teoría sirve, pero lo que más me ha aportado es el reunirme a planificar con otros colegas. Ese pienso colectivo, esa discusión sobre lo que nos parece importante y lo que no, el dialogar con compañeros sobre las frustraciones y las alegrías cotidianas de nuestra tarea, me ha permitido en todos estos años aprender a convivir con ellas y, al hacerlo, disfrutar mucho más de mi profesión.

Concibo mi clase como un lugar de disfrute de una porción del conocimiento, la bella matemática.

Cómo concibo la enseñanza de la matemática

Ana Martínez

Cuando mi amiga y colega Cristina me invitó a escribir sobre *cómo concibo la enseñanza de la matemática* lo primero que vino a mi mente fue *con entusiasmo*. Eso es lo que siento no bien ingreso a un salón de clase. El entusiasmo es un motor indiscutible para todo en la vida y si uno no logra entusiasmarse con lo que hace y con lo que quiere transmitir, lo que se logrará es el efecto contrario. Los alumnos son muy permeables a nuestros estados de ánimo, a nuestras emociones, y si nos sienten entusiasmados, los contagiaremos. Es real, y siempre lo hablo con mis estudiantes de profesorado, que uno debe intentar dejar los problemas en la perchita imaginaria que hay en la puerta de entrada de cada clase, pero no siempre se logra en un cien por ciento. Pero si el mero hecho de enseñar nos entusiasma y nos motiva será más fácil despojarse de los factores externos que pueden incidir. Si por el contrario no nos sentimos entusiasmados, si nos volvemos simplemente repetidores de definiciones, propiedades, algoritmos, etcétera, la tarea nos resultará un tanto tediosa y rutinaria y es lo que les transmitiremos a los estudiantes. Bien sabemos que la rutina mata el entusiasmo.

Por eso creo que es importante cambiar la forma en que se ha venido enseñando la matemática desde hace años, es necesario crear nuevos escenarios.

Los modelos de enseñanza que hemos vivido los de mi generación, los de las generaciones anteriores y muchos de las generaciones posteriores, son modelos de enseñanza basados principalmente en los contenidos, que promueven un pensamiento meramente instrumental. El docente es quien tiene el *don del saber* y lo transmite a los estudiantes que tendrán que asimilarlo tal como el docente se los plantea. El docente explica, cuenta cómo son las cosas, define, presenta ejemplos y luego propone actividades a modo de evaluar si los estudiantes *aprendieron*. Y yo me pregunto, *¿aprendieron?* En mi opinión, no. Lo que en realidad aprendieron fue a aplicar ciertos razonamientos relacionados a ciertos problemas, aplicar diferentes algoritmos prácticamente de memoria. Y esto, a mi modo de entender, no es aprender sino mecanizarse en ciertas rutinas; rutinas que con el correr del tiempo se olvidan y si en el futuro los estudiantes las necesitaran nuevamente seguro deberían volver a aprenderlas.

Como esta es la forma que hemos vivido la enseñanza de la matemática, a la hora de ser docentes tendemos a repetir el mismo formato, que es el que conocemos más allá de que los ejercicios y las dinámicas puedan ser diferentes, en definitiva, es básicamente lo mismo: es el docente el que sabe y el alumno el que recibe ese saber. Por eso es importante cambiar la mirada y centrarnos realmente en el estudiante.

Yo no concibo una enseñanza de la matemática que parta solamente del docente. Eso fue lo que aprendimos, aprendimos a que las cosas eran como el docente las decía, sin darnos la oportunidad de cuestionarnos si lo que nos decían era realmente así o no. Y es fundamental en la enseñanza de la matemática promover la duda, ¿las cosas serán así como las vemos, como parecen, como nos las dicen? ¿O no serán así? Pero para que los estudiantes se planteen estas interrogantes tenemos que motivarlos a que lo hagan. Debemos intentar decirles lo menos posible, devolviéndoles las preguntas que ellos hacen para que traten de buscar sus propias respuestas; en definitiva, crear el espacio para que esta situación se dé con naturalidad. Frente a la duda comienza la necesidad de buscar respuestas y cuando uno busca respuestas aparece el ensayo y el error, el tanteo, la prueba, la investigación. Pero lo que en realidad sucede la mayoría de las veces es que esto difícilmente aparece y es permitido dentro del aula. Hemos visto muchas veces situaciones en las que un docente da como mal la resolución de un ejercicio si no es por el método que él pretende que se utilice. Por ejemplo, supongamos que el docente pone un ejercicio para que los estudiantes lo resuelvan a partir del planteo de una ecuación y un alumno lo hace por tanteo y llega a la solución correcta. ¿Qué hace el docente? Le dice que está mal, que tiene que plantear la ecuación. Y acá comienzan los problemas ya que coartamos la libertad de pensamiento y motivamos la frustración. ¿Qué piensa ese estudiante que luego ve que el resultado al que llegó era correcto? Decimos, sin decir, que hay una única forma correcta de pensar y es la del docente. Y, lo que es peor, el alumno siente que lo que hace no sirve, lo que conlleva a promover actitudes negativas hacia la matemática.

La enseñanza de la matemática pasa por dejar que los alumnos sean libres de seguir sus propios caminos. No importa que no lleguen al resultado correcto. Lo que sí importa es todo lo que fue pensando, razonando, probando en esa búsqueda. Porque todo lo que se pensó durante ese camino de prueba, de ensayo y error, nunca es tiempo perdido y nunca es desechable. Todo eso que se pensó quedará en él y servirá sin duda en otro momento. Los matemáticos no hacen las cosas de un día para el otro, pasan meses, años, para llegar a una conclusión. Y yo creo que es importante que el estudiante imite al matemático de alguna manera. Pero para que eso suceda es necesario que nosotros, los docentes, se lo permitamos. Y esto lleva, además, a que nos preparemos para no decir inmediatamente cómo son las cosas, para no dar inmediatamente los resultados debemos aprender a esperar. No es fácil esperar. La vida de hoy en día donde todo está a menos de un clic, hace que los tiempos de espera se achiquen y que todo se vuelva más rápido. Pero creo que esto no lo debemos permitir fundamentalmente a la hora de enseñar. Es cierto que tenemos un montón de limitaciones, de tiempos previstos para tal o cual tema, de programas extensos, etcétera. Pero debemos tener claro cómo concebimos la enseñanza de la matemática para después ver qué hacemos con esas limitaciones y tratar de acercarnos a esa concepción lo más posible. Porque si tenemos claro cómo queremos llevar adelante nuestra enseñanza sin duda vamos a estar haciendo un cambio y lograremos transitar por el camino que deseamos.

La enseñanza de la matemática pasa, además, por abrir mentes, por ayudar a crear mentes abiertas. Ya lo decía Einstein: «La mente que se abre a una nueva idea jamás volverá a su tamaño original».

Pero es imposible abrir mentes si no partimos de nosotros, si no partimos de abrir las nuestras. Y sin duda esto es un proceso, es un desafío y más cuando, como mencioné anteriormente, venimos haciendo las cosas siempre de la misma manera. ¿Es un camino arduo? Yo creo que no. Creo que al principio sin duda es más engorroso, lleva más tiempo. Porque no es lo mismo preparar una clase clásica, definición, ejemplos y ejercicios, que pensar cómo plantear cada tema de modo que sea un disparador para que sean los estudiantes los que *descubran* el conocimiento, los que lo construyan.

Es necesario humanizar la matemática. Pero ¿de qué hablamos cuando decimos humanizar la matemática? Hablamos de acercarla a los estudiantes, tratar de erradicar esa concepción que tienen muchas personas de que es una asignatura solo para unos pocos iluminados. Entonces lo primero que entiendo que debemos hacer es mostrarnos humanos, mostrar que los que enseñamos matemática no somos unos seres especiales y superiores. Y eso es algo que debemos transmitir desde el comienzo para darle al estudiante seguridad, y que este sienta libertad de pensamiento y de acción. Y algo fundamental: que el estudiante pierda el miedo.

Sin duda la concepción que tengo sobre la enseñanza de la matemática se fue gestando con el correr de los años, pero vale la pena que haga un poquito de historia para ubicarme y ver cómo comenzó esta concepción. Crecí con el firme convencimiento de que la matemática era solo para algunos iluminados, para aquellos inteligentes que podían entenderla. Sin duda esto fue lo que a lo largo de mi trayectoria como estudiante me fueron inculcando. Tanto fue así que en un principio pensé en erradicarla de mi vida y optar por un bachillerato que no tuviera matemática. Cabe aclarar que hice liceo y bachillerato entre los años 70 y 75. En aquel entonces el llamado *preparatorio de abogacía* (equivalente más o menos a lo que hoy es un bachillerato humanístico con opción derecho) no tenía matemática ni en 5º ni en 6º. Y eso fue lo que, en principio, decidí hacer. Luego elegiría entre profesorado de historia o filosofía, psicología o magisterio. Es bueno puntualizar acá que pensaba hacer magisterio ¡como una opción sin matemática! Años más tarde cuando di clases en los Institutos Normales de Montevideo constaté que eso no había cambiado demasiado y que a la mayoría de los estudiantes de magisterio no les gustaba la matemática.

Las vueltas de la vida, la situación del país en aquel momento y un test vocacional me llevaron a elegir como carrera, increíblemente, el Profesorado de Matemática. Ingresé al Instituto de Profesores «Artigas» con el firme propósito de cambiar la concepción que tienen los estudiantes de la matemática, mostrarles que cualquiera puede estudiarla, que nadie está imposibilitado de hacerlo y evitar que los estudiantes elijan un bachillerato primero y una carrera, profesión u oficio, después, por descarte, optando por aquellos que tienen poca matemática. Fue en ese momento que comenzó a surgir en mí, a pesar de que recién empezaba, la idea de cómo enseñar la matemática. Comencé mi carrera como docente apuntando en ese sentido, hacer que la matemática se viviera de forma diferente a lo que yo había vivenciado durante mi pasaje por primaria y secundaria. La pregunta que vino inmediatamente fue, ¿cómo hacerlo? Y esa fue la búsqueda constante durante todo el camino.

Y en ese camino aprendí mucho y sigo aprendiendo. Y aprendí fundamentalmente de mis estudiantes.

Aprendí la importancia de atender los intereses de los alumnos en cada contexto, en cada situación, y a partir de este punto de partida que busquemos problemas de acuerdo a estos intereses. De esta manera los estudiantes se sienten motivados y los conceptos surgen como una necesidad a las respuestas que necesitan encontrar.

Si creamos la necesidad, todo comienza a tener sentido para ellos. Si los estudiantes encuentran significado en lo que aprenden harán todo con gusto e interés. Pero si no tiene sentido, se pierde el interés y la tarea se vuelve tediosa, aburrida, mecánica, e incomprensible. Y ahí es cuando los estudiantes preguntan, y esto ¿para qué nos sirve?

Otro punto respecto a cómo concibo la enseñanza de la matemática es el trabajo con los errores. El error siempre se ha tomado como algo malo cuando es todo lo contrario. Es a partir del trabajo con el error que se aprende. Y al referirme al trabajo con el error no me refiero a mostrarle a un alumno cómo se equivocó, por qué y enseñarle cómo se hace correctamente, sino a trabajar con el estudiante de modo que sea él mismo quién llegue a la conclusión de que cometió un error y busque la forma de subsanarlo.

El error se ha vinculado siempre al fracaso, si nos equivocamos nos ponen una mala nota y puede devenir en no aprobar el curso. Entonces la presión de tener que hacer las cosas bien se vuelve muy fuerte.

Pero si le damos otra dimensión al error, si hacemos ver y sentir que el error es algo bueno, que a partir de él podemos aprender y mucho, el estudiante va a tener la libertad de equivocarse, que no es menor. Porque el hecho de sacarle presión a no cometer errores llevará a los estudiantes a animarse a probar, a buscar sus propias formas de razonar y nosotros como docentes podremos acompañar esos caminos y aprender de ellos. ¡Es tanto lo que uno aprende en el acto de enseñar! Solo basta estar abiertos a que así sea, indagando en las mentes de los estudiantes para poder comprender sus procesos.

Sin duda hay mucho más por decir. Agradezco y valoro esta iniciativa de la profesora Cristina Ochoviet que podrá ser un punto de partida para futuros encuentros de docentes en los que poder intercambiar ideas y experiencias en pos de colaborar en el futuro de la enseñanza de la matemática.

Enseñar matemática: una búsqueda de equilibrios

Fabiana Martínez

No puedo empezar a poner en palabras mi concepción de la enseñanza de la matemática sin antes ubicarme en tiempo y lugar.

Soy profesora de matemática egresada del Instituto de Profesores «Artigas» en el año 2005 y desde ese entonces trabajo en liceos públicos de Montevideo y mi mayor carga horaria (por elección) está en tercer año de ciclo básico. Hace siete años que soy profesora adscriptora; y desde entonces, en mis clases he tenido la suerte de contar con la compañía de practicantes en forma ininterrumpida.

Enseñar matemática en tercer año de ciclo básico es, para mí, buscar constantemente el equilibrio. El equilibrio entre el saber hacer matemática y el saber aplicar matemática. Tratar que mis alumnos puedan usar herramientas de forma correcta y eficiente pero además que sepan cuándo y cómo usarlas. Intentar que la clase no se transforme en un entrenamiento, pero no perder de vista la necesidad de adquirir práctica en el uso de ciertas herramientas y darles a mis alumnos la posibilidad de disfrutar el encanto que tiene la matemática en sí, en ese sentido. Es claro que saber matemática no es saber resolver ecuaciones, pero si no sabemos resolverlas no podemos avanzar (algo así como lo que sucede si no sabemos leer correctamente y eso se transforma en un obstáculo para poder estudiar cualquier asignatura). Sería como no poder disfrutar del bosque por detenerse a observar el árbol por desconocerlo.

Me veo implicada en otra búsqueda de equilibrio al enseñar a alumnos con interés en la materia y a otros que se niegan a siquiera intentar hacer algo.

Enseñar matemática es intentar motivar a todos, desafiando a algunos y sacando a otros del lugar en que se han colocado o los han colocado. Mostrar que es una materia para todos y para todo, y no una materia «para inteligentes».

Me demanda otro equilibrio lo que pasa afuera del salón y lo que pasa en el aula. Tratar de traer a la clase situaciones del afuera y resolverlas en el salón o salir del aula para buscarlas; pero también entendiendo esto en otro sentido, en el de intentar dar clase entre todo lo que les está sucediendo en sus vidas fuera del salón, intentar acercar a ellos la materia entre todos los cambios que se están gestando en ellos a esa edad.

También identifico una necesidad de equilibrio entre enseñar contenidos y desarrollar capacidades. Considero que hay que enseñar contenidos, pero siempre desarrollando ciertas capacidades esenciales: colaboración, comunicación, respeto, tolerancia, comprensión de textos, análisis de imágenes. No enfrentar ambos aspectos de la educación sino vincularlos sin perder de vista a ninguno de ellos.

Y, por último, el equilibrio entre enseñar matemática y disfrutar haciéndolo. En esta búsqueda del equilibrio me encuentro constantemente buscando y probando herramientas, intentando (con aciertos y fracasos) recorrer diferentes caminos. Partir de situaciones problemáticas para introducir temas del programa. Llegar a la clase con la presentación de alguna situación cuyo desarrollo derive en el planteo de herramientas matemáticas que describan y resuelvan situaciones lo más reales posibles. Trabajar en equipo para desarrollar la capacidad de escucha atenta, colaboración y comunicación entre otras. Usar la tecnología disponible en los centros (programas, plataformas y medios físicos como proyectores, televisiones, pantallas). Trabajar con diversidad de estímulos para atrapar la atención de alumnos con diversos intereses y con diversidad de formas de entender (películas, cuentos, imágenes, narraciones).

Todo lo anterior no tendría sentido sin un ingrediente básico que es la alegría. Trabajar de lo que uno ama muestra a los jóvenes alegría y la contagia. Muestra y contagia la alegría de vivir, de aprender, de compartir con otros, de disfrutar de todos los momentos que nos tocan vivir.

Creo que el mayor equilibrio que encontré es conjugar trabajo con amor uniendo dos aspectos centrales para mí: la pasión por la asignatura y por todo lo que con ella nos podemos maravillar. Y, también, la alegría de poder enseñarla, de estar en un salón de clase y disfrutarlo siendo feliz con lo que hacemos.

Compartir para construir: enseñanza de las matemáticas

Verónica Molfino

¿Qué es «Enseñar Matemática»? En un primer golpe de vista, ese constructo se forma de dos partes: las matemáticas (objeto susceptible de ser enseñado) y la enseñanza. A su vez, esta última tiene sentido solo cuando se la piensa como un proceso en estrecha relación con el aprendizaje de quienes están involucrados en ella. Estas observaciones generan un camino a recorrer mediante el intento de dar respuesta a las siguientes preguntas: ¿qué entendemos por *la Matemática*?, ¿qué entendemos por *enseñanza de las matemáticas*? y, finalmente, ¿cómo esas ideas se plasman en un ámbito de enseñanza, por ejemplo una clase, para posibilitar el aprendizaje?

Empecemos por la primera pregunta, qué entendemos por *la Matemática*. Si bien es así como generalmente se la denomina, al menos en Uruguay, últimamente he descubierto los beneficios e implicancias que tiene el denominarla, en su lugar, *las matemáticas*. Así, en plural y minúscula. ¿Qué hace la diferencia? Cuando hablamos de la Matemática pareciera que todos sabemos a qué hacemos referencia, un cuerpo de conocimientos universalmente aceptado como válido y, especialmente, único. Cabe preguntarse si eso es una realidad o solo una ilusión.

Por otro lado, pensar en las matemáticas habilita a desvestirla de ese rol hegemónico que se le ha atribuido, para poder pensarlas como varios cuerpos de conocimiento creados por diferentes sociedades y que cohabitan. Es fácil encontrar en la literatura que investigadores en Matemática Educativa hablen de la matemática sabia, la matemática escolar, la matemática enseñada, la aprendida… Si además pensamos que cada comunidad puede crear y validar nuevos conceptos a la interna de ella, entonces rápidamente podemos visualizar que son muchas las matemáticas.

Hablar de las matemáticas nos habilita, además, a concebir las creaciones de cada civilización en el contexto sociohistórico en el que están inmersas. Por ejemplo, comprender cómo aun con el desarrollo matemático de la Antigua Grecia, los integrantes de esa civilización no lograron sortear e incluso comprender las contradicciones que las paradojas de Zenón supusieron. De esta manera, puede apreciarse cómo la humanidad puede construir matemáticas para avanzar como tal, para generar nuevas soluciones a problemas humanos y del entorno en el que vive. Las diversas situaciones no se resuelven gracias al descubrimiento de matemáticas preexistentes sino que la creación de matemáticas posibilita la formulación de nuevas preguntas y de nuevas respuestas.

En definitiva, este pequeño cambio de singular a plural, de mayúscula a minúscula nos posiciona en un determinado lugar, un lugar que permite apreciar el carácter cultural y social de las matemáticas. Concebirla así también implica que las matemáticas, como construcción humana, pueden ser empleadas para comprender el mundo que nos rodea, problematizarlo, desnaturalizar lo socialmente aceptado.

Ahondemos ahora en nuestra segunda interrogante. Esta caracterización de la naturaleza de lo que se enseña, las matemáticas, nos sitúa en una determinada manera de enseñarla. Asumir que cada estudiante puede crear matemáticas implica que no la tiene que descubrir, como si fuera un conjunto de leyes ocultas, con existencia autónoma y que el docente tiene que ayudar a develar. Por el contrario, esta visión habilita a concebir a la enseñanza como la acción de compartir: conocimientos, miedos, alegrías, emociones positivas y negativas. Compartir en el sentido textual de lo que significa el término: partir (o repartir) junto a otros. También la segunda acepción que aporta la Real Academia describe esta manera de entender la enseñanza de las matemáticas: «Participar en algo» (Real Academia Española [RAE], 2018).

En síntesis, la enseñanza de las matemáticas se convierte entonces en el acto de compartir para construir conocimiento matemático, mediante la propuesta de tareas que promuevan la actividad matemática.

Finalmente, intentaremos responder cómo plasmar estas ideas en ámbitos concretos de enseñanza. Muchas veces, nos vemos insertos en situaciones de aula en las que la interacción con estudiantes se convierte en un diálogo prescrito y estrechamente guiado por el docente. Concebir la enseñanza de las matemáticas como un acto de compartir para construir saberes matemáticos con otros nos conduce a problematizar tales prácticas. Si genuinamente queremos que sean los estudiantes quienes construyen conocimiento, entonces debemos pensar cuidadosamente el tipo de tareas que llevamos al aula y su gestión.

Las tareas que debiéramos proponer deben ser tales que promuevan la creación en ámbitos seguros para los estudiantes, esto es, ámbitos en los que el error sea permitido e incluso sea considerado para reflexionar sobre él, ámbitos en los que el estudiante sienta motivación por resolver las situaciones que se le presentan y que ello se pueda realizar mediante la participación junto con otros. El interés por resolver tales situaciones puede estar dado por el contexto mismo en el que se presenta, por ejemplo, si es relacionado con situaciones cercanas a su realidad, pero también pueden ser propias de contextos intramatemáticos. En esos casos, la motivación puede estar dada por tratarse de una tarea desafiante, que por un lado permita la construcción de soluciones y por otro lado habilite a la búsqueda de más soluciones o estrategias de resolución.

Además del tipo de tarea propuesta, es importante el rol del docente: aprender a identificar los conocimientos previos de los estudiantes, proponer intervenciones tales que comprometan a los estudiantes en la construcción de conocimiento matemático, que los alienten a razonar, generar preguntas, conjeturar, refutar o validar, comunicar sus ideas, argumentarlas debidamente. El docente debería fomentar la discusión entre los estudiantes para que todo ello ocurra, y para eso es preciso que se corra de su tradicional lugar de dador de conocimiento.

Esperamos que la enseñanza así propuesta se vincule fuertemente con estudiantes que aprenden matemáticas: que comparten sus saberes, sus preguntas y sus explicaciones para construir conocimientos matemáticos. En definitiva, estudiantes que hacen matemáticas para comprender y problematizar el mundo que los rodea y, por qué no, proponer cambios que promuevan sociedades más justas.

Referencias bibliográficas

Real Academia Española [RAE], 2018. Compartir. En *Diccionario de la lengua española, Edición del Tricentenario*. Recuperado de: <https://dle.rae.es/?id=9zd2OWK>.

Con la mirada entre los estudiantes y el conocimiento matemático

Daniela Pagés

> Antonio:… Tengo la impresión (y no sé si estás de acuerdo conmigo) de que hoy en la enseñanza, el saber, es respuesta y no pregunta.
>
> Paulo: ¡Exacto, estoy por completo de acuerdo contigo! Yo llamo a ese fenómeno «castración de la curiosidad»… ¡el educador, en general, ya trae la respuesta sin que le hayan preguntado nada!
>
> (Freire y Faundez, 2013, p. 69)

Introducción

En este escrito me propongo presentar lo que entiendo como enseñanza de la matemática, teniendo presente que algunas de mis concepciones pueden permanecer inconscientes y, por tanto, quedarán inevitablemente fuera de esta reflexión.

Lo que sigue pretende ser *mi voz*, aunque es claro que esta se nutre de *muchas voces*. Las de todas las personas que han influido en mi modo actual de entender la enseñanza de la matemática: los maestros y profesores que he tenido, mis alumnos, todos los colegas con los que me he encontrado e interactuado, los practicantes, por nombrar a algunos. También componen *mi voz* todas las lecturas que he hecho, las experiencias educativas que he tenido, como estudiante o como docente, toda mi formación y mis vivencias.

Debe quedar claro, por tanto, que mis concepciones han ido cambiando a lo largo del tiempo. En lo que sigue intentaré explicitarlas, haciendo visible esta evolución.

Primeras ideas ingenuas

Mis primeros pasos en la enseñanza de la matemática, de modo totalmente informal, fueron con mis compañeros y otros estudiantes, y lo hacía explicando las ideas matemáticas como yo las comprendía. Aunque la experiencia no fuera muy vasta, me alcanzó para darme cuenta de que mis explicaciones no siempre eran suficientes para los distintos estudiantes, lo que me llevaba a buscar nuevas estrategias. Esto me permitió entender que un enunciado (sea la consigna de un problema, una explicación en un texto, una definición) no es lo mismo para las distintas personas que lo consideran, sino que su comprensión está sujeta a la interpretación de cada uno. Sin embargo, en esa época me afiliaba a la idea de que bastaba con explicar con claridad, a lo sumo buscando otra forma de hacerlo, para resolver estos problemas.

Los años de formación docente

Luego comencé a cursar el profesorado de matemática. Aun con los déficits que pueda haber tenido la carrera, el tiempo de hacerla fue de estudio y reflexión, de discusiones con mis compañeros, de la práctica docente. También comenzó en esa época el tiempo de dar clases en los liceos. Allí apareció más explícita la situación recién descrita. En todos los grupos encontraba estudiantes que tenían otros modos de entender, que presentaban dificultades para comprender las ideas trabajadas en la clase, o a los que no les gustaba el estudio de la asignatura o no le encontraban sentido. En ese tiempo fui poniendo en tela de juicio la legitimidad de mostrar al estudiante el conocimiento elaborado, dejándole poco margen para la reflexión propia. Aunque permitía que los alumnos manifestaran sus modos de pensamiento, mi acción pedagógica se reducía a interpretar esas concepciones y modos de pensar, e intentar modificarlas a partir de mis explicaciones.

Después de varios años de experiencia laboral me vi en la necesidad de estudiar nuevamente. Primero retomé el estudio de la disciplina, ingresando en la licenciatura de matemática a distancia pues vivía en el interior del país. Este proceso me ayudó bastante en la profundización de mis conocimientos. Continué después con cursos de perfeccionamiento orientados a la formación de profesores, al tiempo que comencé a desempeñarme en ese ámbito, comenzando con la formación de maestros y continuando con la de profesores en la modalidad semipresencial. Esto significó nuevos desafíos y aprendizajes. De forma particular, el curso de *Enseñanza de la matemática en la formación de profesores* significó para mí un ámbito de estudio y problematización, tanto en lo disciplinar como en lo didáctico, así como la oportunidad de fructíferas discusiones con docentes y colegas compañeros del curso, y el encuentro con otras formas de conocer y de enseñar.

A estas instancias de estudio siguieron otras, en especial la maestría y el doctorado (que curso actualmente), que en simultáneo con el ejercicio de la docencia se retroalimentan haciendo que mis concepciones continúen evolucionando.

Ejemplos y contraejemplos

Consideremos la escena de una clase, y una propuesta que llevamos a los estudiantes. Ya sea tácita o explícitamente, esperamos determinadas cosas a partir de ella. Podríamos decir que imaginamos una cierta clase. La cuestión es que, una vez presentada nuestra propuesta, y a partir de las interpretaciones de los estudiantes, el desarrollo de la clase puede separarse en mayor o menor grado de lo imaginado. Esto nos lleva a tomar decisiones de distinto tipo. ¿Intervenimos para torcer lo que ocurre hacia lo que queremos que pase? Si es así, ¿en qué medida lo hacemos? ¿Aceptamos las interpretaciones de los alumnos, las ponemos sobre la mesa en la clase y batallamos con ellas? ¿Qué grado de control imponemos a lo que ocurre en la clase, en su relación con la resolución de tareas y la presentación de los conocimientos? ¿Qué rol juegan los estudiantes y cuál tengo yo como profesora? Creo que estas preguntas y sus distintas respuestas (muchas veces inconscientes) hacen aflorar distintas concepciones. Personalmente, asumo la existencia inevitable de distintas interpretaciones de los estudiantes, y me inclino a que se hagan explícitas. Ellas traen consigo las concepciones e ideas de los alumnos, son una manifestación de sus dificultades y de sus conflictos cognitivos. Hacer visibles estos conflictos en la clase y discutirlos, puede colaborar en el aprendizaje de los estudiantes. ¿Cómo hacerlo? Desde mi idea, preguntando, más que corrigiendo o afirmando, permitiendo a los mismos alumnos que lo hagan, preguntándose y debatiendo entre ellos.

Podría ser otro el camino. Podemos intervenir, más o menos sutilmente, llevando el discurso de la clase hacia donde queremos, o hacia lo que hemos imaginado, ya sea a través de correcciones, respuestas categóricas, o el deslizamiento de ciertos elementos que vayan llevando a los estudiantes hacia donde hemos planificado. Considero que este camino, sobre todo si lo recorremos a menudo y se vuelve nuestro modo habitual, puede dejarnos tranquilos de que *dimos* el tema, pero quizás deje ocultas muchas de las primeras ideas de los estudiantes, y lo que es peor, estos no llegarán a comprender por qué esas ideas no son correctas.

De un modo más general

Concibo la enseñanza de la matemática como la conjunción entre las propuestas de trabajo a los estudiantes y el proceso de comunicación entre ellos y conmigo. Estas propuestas de trabajo incluyen los conocimientos a enseñar, las ideas que sostienen a los conceptos y proposiciones matemáticas, y, sobre todo, actividades en las que yo, en tanto docente, me propongo observar y captar el pensamiento de los estudiantes acerca de esos conocimientos. Estas actividades o tareas requieren de un proceso de selección, rediseño o diseño, en el que están presentes los conocimientos involucrados, las posibles ideas de los alumnos, aquellas que me interesa que salgan a luz para ser discutidas en la clase. Por ejemplo: errores, concepciones y modos de pensamiento; significados atribuidos a los distintos conocimientos. Por tanto, incluye un proceso activo de análisis de mi parte, previo a la clase, que involucra esos aspectos. Con la resolución de estas actividades por parte de los estudiantes, pretendo hacerme de sus significaciones sobre los conceptos matemáticos, y sus formas de pensar, así como promover el desarrollo de los conceptos. Estas actividades deben ser cognitivamente demandantes para los alumnos, promoviendo la puesta en acción de su pensamiento matemático, así como permitiendo el surgimiento de los conceptos que me interesa que se compartan en el ámbito de la clase. Es decir, no pueden ser simples aplicaciones de reglas *enseñadas*, sino que deberían suponer un genuino trabajo intelectual.

Todo lo anterior solo es posible en el marco de un proceso de comunicación de los estudiantes entre ellos y conmigo en tanto docente. Comunicación en referencia con el saber matemático, con sus formas de expresión, de validación, con sus modos de pensamiento. ¿Qué incluyo en este término entonces? La *comunicación* por parte de los estudiantes de las formas en que han resuelto sus tareas, de las ideas que han pensado, de los acuerdos con los demás, de los desacuerdos, de sus dudas, de las fundamentaciones de cualquiera de las cuestiones anteriores. También mi *comunicación* en tanto docente, y las formas intencionadas que esta toma. Comunicación que privilegia la pregunta ante la transmisión directa. *Comunicación* fundamentada, que trata de atender siempre a las formas de pensamiento que los estudiantes me han hecho ver con su trabajo, o las busca, intentando tender un puente con las formas de pensamiento y los saberes de la matemática en tanto disciplina. En este proceso de *comunicación* me propongo escuchar la voz de los estudiantes, tanto o más que dar la mía como conocedora de la disciplina.

Posicionarme en lo que concibo como enseñanza de la matemática me exige también delimitar lo que no integra mi concepción. Cada día leemos y escuchamos con más frecuencia que la matemática de la clase debe ser entretenida, mostrar a los estudiantes su aplicación en la vida y en su mundo laboral. No estoy de acuerdo con estas afirmaciones en tanto reduzcan la esencia de la enseñanza únicamente a estos aspectos. Se puede considerar que la matemática nos brinda un conjunto de herramientas *para hacer*, y organizar su enseñanza en torno a esto. Pero desde mi punto de vista, la matemática como disciplina no es un cuerpo que aparece así, sin más. Ha surgido a lo largo de miles de años del pensamiento de mujeres y hombres, muchas veces en resistencia a las ideas predominantes de su época, ideas que han cambiado y evolucionado por el *trabajo* (intelectual) y la *comunicación*. Estos procesos la han ido convirtiendo en el cuerpo de resultados que actualmente se describe como *la matemática*. Es ese trabajo intelectual el que permite a cualquier persona considerar sus propios pensamientos, comunicarlos, discutirlos, y así trascender de los significados que inicialmente toman, para ponerlos en entredicho, discutirlos, profundizarlos. Y por tanto, considero que es ese proceso el que más importa en la clase, ya que es el puente para llegar a los conocimientos matemáticos. Estos nos importan en tanto herencia cultural, y en tanto organización de saberes que permiten profundizar la mirada del mundo.

El desafío que encuentro, como docente, es el de conseguir el interés de los estudiantes por participar de este proceso de trabajo y comunicación que es la clase del modo en que la concibo. La matemática está llena de preguntas. Algunas resueltas, otras no, algunas cuyas respuestas son importantes para muchas esferas de la actividad humana, otras que tan solo encierran el placer de la propia búsqueda. Abordar estas preguntas en la clase, y promover que nuestros estudiantes las formulen, es, desde mi punto de vista, la tarea fundamental del profesor.

Referencias bibliográficas

Freire, P. y Faundez, A. (2013). *Por una pedagogía de la pregunta. Crítica a una educación basada en respuestas a preguntas inexistentes.* Buenos Aires: Siglo Veintiuno Editores.

Enseñar matemática: una construcción compartida

Nora Ravaioli

Cuando me propuse responder cómo concibo la enseñanza de la matemática, lo primero que vino a mi mente fueron mis experiencias como alumna. ¿Qué aprendí? ¿Qué me enseñaron? Y aunque a muchos les parezca raro son cosas bien diferentes. Por supuesto que relacionadas fuertemente pero no en la forma causal que se suele pensar.

Yo misma al iniciar mis estudios como docente tenía la concepción de que si preparaba mis clases con mucho cuidado y escalonaba adecuadamente los conocimientos a transmitir, los estudiantes aprenderían. ¡Qué equivocada estaba!

Los años de trabajo y estudio me llevaron a comprender que la *transmisión de contenidos* no produce, por sí sola, conocimiento y aprendizaje en los estudiantes. Solo nos da una falsa idea de aprendizaje, de muy corto plazo y si lo pienso en relación a mis propios aprendizajes puedo confirmarlo. Recuerdo pocas cosas de aquellas asignaturas en las que repetí lo que me enseñaban y me sigo sorprendiendo de los conocimientos que no recordaba tener, pero que en cosas cotidianas surgen como *mágicamente*. Estas experiencias me han hecho revisar mi forma de concebir la enseñanza de la matemática.

Por otra parte, mis alumnos de los años 80 y 90 distan mucho de ser los que son los actuales, ni mejores ni peores, distintos. No solo es más diversa la población sino que diversas son sus opciones, intereses y proyectos.

Es opinión general de los docentes la falta de interés de los estudiantes aunque estoy convencida de que eso no solo es responsabilidad de ellos. Aprenden más con el ejemplo de lo que ven de nosotros que por lo que les decimos que tienen que hacer. Si uno muestra placer por lo que hace y consigue hacer sentir a ellos el placer de aprender, el interés aparece.

En mi actividad como docente de aula y como profesora de Didáctica he podido constatar que las condiciones socioculturales de los estudiantes no son, en general, el mayor obstáculo para la enseñanza y el aprendizaje. La dificultad mayor está en cómo hacemos para que la matemática que enseñamos tenga sentido para el alumno y por lo tanto adquiera sentido el aprender.

Si bien estoy convencida de que la matemática se enseña a partir de contenidos matemáticos, ellos deben ser *la excusa* para estimular aprendizajes más potentes y duraderos.

Los conocimientos cambian rápidamente y lo que hoy es un contenido fundamental tal vez mañana ya no lo sea. Si ese conocimiento se ha aprendido de forma mecánica, repetitiva y sin sentido, el olvido actuará rápidamente y de ello no quedará nada o casi nada. En cambio, si ese conocimiento se generó en forma desafiante y el estudiante debió llegar a él investigando, acertando y errando, habrá incorporado a su saber mucho más que un contenido. Para que esto sea posible debemos poner a nuestros alumnos a resolver problemas. No quiero decir con esto que en clase se dedique tiempo a enseñar técnicas de resolución de problemas, sino que el trabajo de clase se dé en un *ambiente de resolución de problemas*. La resolución de problemas debe ser el hilo conductor de la enseñanza del docente y del aprendizaje del alumno en relación a un contenido o a un saber.

Trabajar en este sentido implica alterar el modelo usual de trabajo donde el docente explica, luego muestra ejemplos y por último propone a los estudiantes ejercicios para que aplique lo aprendido. Esta concepción lleva implícita la idea de que con la explicación y los ejemplos que el docente da, el estudiante aprende y luego aplica lo aprendido. ¡Allí está justamente el error!, creer que porque explico y muestro ejemplos, el aprendizaje se produce.

Charnay (1995) afirma que «Solo hay aprendizaje cuando el alumno percibe un problema para resolver» (p. 59) y si pensamos en nuestras propias experiencias veremos que es totalmente cierto. En nuestra vida adulta incorporamos mucha información, pero incorporamos realmente un conocimiento cuando resolvemos por nosotros mismos un problema que se nos presenta y cuya solución no es trivial ni mecánica.

Planificar la enseñanza en un ambiente de resolución de problemas no es proponer una larga lista de ejercicios que el estudiante deberá resolver. Deberemos proponer un problema, no un ejercicio, para el cual el estudiante no tiene un método de resolución conocido pero sobre el que puede actuar, establecer conjeturas que no importa si son acertadas o erróneas. En la medida que deba argumentarlas y convencer a otros irá variando o reafirmando sus convicciones, validándolas o simplemente dejándolas de lado. En este marco el error es tan importante como el acierto, forma parte del aprendizaje, no como algo *malo* que debe ocultarse sino como algo que debe mostrarse ya que es fundamental para aprender.

Enseñar en un ambiente de resolución de problemas implica un trabajo importante de preparación del docente ya que la situación problema a plantear debe ser accesible a todos los alumnos, todos deben poder hacer algo con ella pero a la vez debe permitir generar nuevas problemáticas. Estas situaciones no son fáciles de generar pero afortunadamente hay mucho material accesible en internet en el que algunos docentes comparten lo que, en general, se llaman *tareas ricas*. Podemos también transformar tareas rutinarias en tareas ricas a partir de preguntas como ¿qué pasaría si…? y de ese modo alterar de forma sustancial la pregunta inicial.

Lo más difícil en este tipo de tareas es acostumbrarnos a trabajar con otros tiempos y otras *reglas de juego*. Debemos ser capaces de esperar, dejar que surjan las ideas del alumno sin decir nosotros lo que hay que hacer, lo que es correcto o incorrecto. Muchas veces sentimos que el tiempo se va, las clases pasan y *no llegamos a nada*, pero a medida que el año avanza y los estudiantes se involucran en el trabajo, desde otra perspectiva, los resultados aparecen.

Para los estudiantes tampoco es fácil. Los alumnos deben adaptarse a un cambio del contrato didáctico en el que las reglas de juego ya no son las mismas. Se sienten inseguros, no saben qué hacer, temen decir o hacer algo que no esté bien. Cuesta trabajo y tiempo que los estudiantes asuman que no vamos a decirles *cómo se hace* y que se aprende mucho aun cuando no se alcanza la solución del problema. Que equivocarse no es malo, que lo importante es reconocer y comprender los errores para poder superarlos.

Mi historia debe ser como la de la mayoría de los docentes, yo creía que si enseñaba bien mis estudiantes aprendían, pero eso no era así. No es fácil dejar atrás una historia personal de aprendizaje y cambiar la forma de enseñar en la que nos sentimos seguros. El camino es largo y no siempre las cosas funcionan como esperamos, pero estoy convencida de que es la forma de conseguir mejores aprendizajes.

Hoy día, cuando pasaron ya muchos años de ese inicio, creo que trabajando de esta forma he podido conseguir algunas cosas que fueron mi preocupación y mi norte al inicio de este trayecto: que lo que se enseñe tenga sentido para el alumno, cultivar el pensamiento crítico, la curiosidad y el interés, construir confianza conviviendo armónicamente con el error y el fracaso, y disfrutar lo que se aprende más allá del gusto por la matemática.

Referencias bibliográficas

Charnay, R. (1988). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. Parra e I. Saiz (Comps.), *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 51–63). Buenos Aires: Paidós Educador.

La enseñanza de la matemática: una perspectiva personal

Verónica Scorza

Hace 30 años que soy docente de matemática y es fácil imaginar que mi concepción de la enseñanza de la matemática ha variado durante todo este tiempo. Resulta casi imperativo mirar hacia atrás para comprender cómo he llegado a entender hoy la clase de matemática y, sin ánimo de hacer futurología, me aventuro a afirmar que ese entendimiento podría sufrir alguna transformación (mejora) en el transcurso de los años que me restan para ejercer esta profesión.

Como muchos, en mis comienzos me zambullí en un salón de clase con las herramientas que me dio la formación en el Instituto de Profesores «Artigas» pero fuertemente influenciada por los modelos docentes con los que había tomado contacto a lo largo de mi escolaridad. Los recuerdos de la etapa de bachillerato (5° año orientación científica, 6° año opción ingeniería) son los que tengo más presentes: profesores de espaldas a la clase escribiendo prolijísimos pizarrones repletos de demostraciones de teoremas, con algún dibujito perdido en un rincón y nosotros, los estudiantes, copiando a todo ritmo preocupados por que no se nos pasara ni un signo, ni una letra. Estudiábamos de memoria, comprendíamos poco y nada, repetíamos como loros lo que habíamos anotado en los cuadernos y aprendíamos las técnicas para resolver los problemas que nos proponían. ¿Problemas?

¿Qué me dejó esa etapa? No voy a negar que mis profesores de matemática me ayudaron a entender y apreciar la importancia que tiene la rigurosidad del conocimiento matemático. Pero esto hizo también que en los primeros años de ejercicio profesional mis clases estuvieran dedicadas a *ayudar* a mis estudiantes a *entender la matemática*: como si mi rol fuera detectar qué era lo que no estaban entendiendo, qué era lo que los paralizaba, cuáles eran los obstáculos, y buscar desesperadamente diferentes formas de explicarles de qué iban las cuestiones que se planteaban en clase.

Es cierto que con el paso del tiempo vamos adquiriendo más experiencia: diseñamos mejores actividades, pensamos mejores respuestas para un repertorio de preguntas que se repiten curso a curso, logramos anticiparnos a las preguntas de los estudiantes, planificamos en menos tiempo, nos animamos a improvisar, nos sentimos más sueltos, más cómodos… Entiendo que estos aspectos son realmente necesarios, pero, ¿son suficientes para generar una clase de matemática verdaderamente diferente a las que describí más arriba? Durante mucho tiempo estuve convencida de que sí: de que no estaba repitiendo el modelo de mis profesores de bachillerato, de que me había corrido del lugar de *explicadora* y de que en mis clases se hacían cosas distintas e interesantes. Las preguntas de rigor: ¿distintas a qué?, ¿interesantes para quién?

Me llevó mucho tiempo, esfuerzo, estudio y reflexión desarrollar el estilo docente que hoy defiendo. Para poder describirlo se hace necesario responder algunas preguntas: ¿qué lugar ocupa el conocimiento matemático en mi clase?, ¿cuál es el lugar de los estudiantes?, ¿cuál es mi rol?

El conocimiento es obviamente un aspecto ineludible de la clase de matemática, pero no es posible considerarlo aislado de los otros que la componen. El conocimiento matemático integra el discurso de la clase y no considero que haya que presentárselo a los estudiantes *en un paquetito para regalo* como algo acabado, hecho por otro, sin imperfecciones. Hacer eso no aportaría para ellos ningún sentido o significado, serían así receptores pasivos de ese conocimiento. Procuro entonces que los alumnos *hagan matemática*, algo así como que jueguen a ser matemáticos. Esto no significa intentar que descubran en poco tiempo lo que llevó siglos constituirse como conocimiento científico pero sí implica abordar actividades propias del quehacer matemático como actividad humana: explorar, conjeturar, validar o demostrar, comunicar ideas y trabajar en forma colaborativa con sus pares. Esto para mí supone desafiar a los alumnos proponiéndoles situaciones complejas (para ellos) pero que no sean imposibles de resolver. La complejidad no debería pasar por plantear problemas rebuscados cuya solución sea única, a la que se llega por un único procedimiento óptimo, que los alumnos obviamente desconocen y apelando a que algún *iluminado* la encuentre. La clave estaría entonces en involucrar a la mayor cantidad de alumnos en la tarea, a generar ideas y no solo frustraciones en el transcurso de la búsqueda de las soluciones. Tal vez el desafío radique en que los alumnos, enfrentados a la situación que se les plantea, se desconcierten y que no visualicen a priori un camino evidente de resolución, pero a su vez que esto no los paralice. La situación debería llevarlos a explorar en sus conocimientos previos, a recorrer variados caminos hasta que eventualmente lleguen a una solución (o varias). Para lograr esto, muchas veces no es necesario apelar a propuestas sofisticadas sino que, simplemente, alcanza con modificar el tipo de consignas que habitualmente proponemos. Por ejemplo, en lugar de pedir: *Resuelve en R la siguiente inecuación:* $(x-2)(x-3) < 0$, se puede preguntar: *¿existe un valor real x para el cual* $(x-2)(x-3) < 0$*?,* o *¿es cierto que no existe ningún valor real x para el cual* $(x-2)(x-3) < 0$*?* Este simple cambio transforma una tarea rutinaria en una de exploración. Doy fe, porque la he propuesto varias veces en 5° año, que es una tarea *que da que hablar*. Este tipo de tareas (y otras que más adelante ejemplificaré), que hacen hablar a los alumnos, son a mi entender uno de los motores más importantes de la clase de matemática. Permiten que los alumnos trabajen con autonomía, que aparezcan ideas que no tienen por qué ser todas correctas y definitivas, ideas provisorias que ayudan a aproximarse al concepto (o conceptos) que se quiere trabajar con la actividad propuesta. Además, habilitan a que emerjan diferentes abordajes. En el ejemplo presentado, los alumnos podrían proceder por tanteo, o apelar a procedimientos gráficos o algebraicos o combinaciones de ellos. Los estudiantes se vuelven entonces parte activa de la clase llegando a generarse genuinos debates provocados por posibles disensos o por falta de comprensión de las ideas que se comunican. Así, la clase se torna más interesante, con discusiones espontáneas y no siempre dadas a consecuencia de un cuestionamiento del docente. Al trabajar con la tarea presentada más arriba, pueden ir apareciendo varios conceptos: polinomio, función polinómica, imagen, preimagen, raíz, signo, parábola, etcétera. Pero seguramente estos aparezcan en forma desordenada, o no de la forma que el docente podría haber previsto. Entonces, desde mi punto de vista, es el docente el que tiene que intervenir para ordenar, jerarquizar, ayudar a discernir entre lo relevante y lo accesorio, lo que se considere correcto e incorrecto, para finalmente acordar (junto a los estudiantes) con qué conocimiento quedarse. Otro tipo de tarea, también muy rica, es aquella que tiene múltiples respuestas correctas y que, entre otras cosas, permite que todos los estudiantes puedan decir algo, dar una solución propia. Una tarea paradigmática de este tipo es la siguiente: *Presenten ejemplos de cómo dividir un cuadrado en dos figuras de igual área*. Las respuestas a esta tarea pueden ir desde la más simple, como por ejemplo dividir el cuadrado por su diagonal o con una paralela media; hasta la más sofisticada, por ejemplo, apelando a la equicomposición de figuras. Pero lo rico de esta tarea (al igual que en la presentada más arriba) no radica solamente en que admitan múltiples respuestas y abordajes sino que habilitan a la confrontación de estas respuestas. La confrontación lleva a tener que defender la respuesta que se da y para la defensa se necesitan argumentos. Así, aparece otra habilidad clave para desarrollar en la clase de matemática: la argumentación. Para comunicar sus hallazgos, los estudiantes no solo tendrán que expresar sus ideas usando un lenguaje adecuado de modo que los otros puedan comprender (e ir refinado su discurso matemático) sino que van a tener que desarrollar argumentos para defender esas ideas. En el primer ejemplo deberán explicar por qué creen que existe o no existe ese valor real, y en el segundo ejemplo deberán justificar por qué son iguales las áreas de las figuras en que queda dividido el cuadrado. Los argumentos (y las ideas) podrán ser aceptados o rechazados. La validación o refutación no debe ser para mí responsabilidad exclusiva del docente (los estudiantes en general están acostumbrados a que sea el docente el que toma las decisiones) sino que habría que procurar ir generando en la clase una comunidad de pensamiento y habilitando a que los estudiantes se animen a preguntarse y responderse entre ellos y que requieran la intervención del docente solo si lo necesitan. También hay que acordar qué es lo que se considera una justificación válida para el grupo en el que se está trabajando. Por ejemplo, en una actividad de búsqueda de patrones en la que se pretende que se llegue a una generalización que se expresa en función de un número natural, en un grupo de primer año su validación podría pasar por ver que se verifica para *un número muy grande*, pero para un quinto año la validación implicaría demostrarla por inducción completa.

Desarrollar este tipo de prácticas en la clase de matemática hace necesario enfrentar ciertas tensiones y su consecuente toma de decisiones. Una posible tensión es que no se pueda cumplir con la totalidad del programa. Si en cada actividad y cada tema damos lugar a tanta discusión, es claro que no da el tiempo para desarrollar todos los contenidos programáticos. Habría que decidir entonces qué temáticas se priorizan, pensar en un plan no tan lineal y jerarquizar la adquisición de habilidades por sobre los contenidos. Otra posible tensión es pensar que si permitimos que los estudiantes trabajen con libertad y autonomía no necesariamente lograrán aprendizajes significativos. Creo que lo que tiene sentido para un alumno no tiene por qué tener sentido para otro. Cada proceso es individual y responde a su historia, al contexto; pero tenemos que confiar en que cada estudiante puede lograr aprender algo. Por otro lado, dejar trabajar con esa libertad nos hace preguntarnos si es conveniente o no que intervengamos en el proceso. Tomar la decisión de intervenir siempre conlleva un riesgo pero hasta que no se hace no se puede saber qué consecuencias tiene. Entiendo que hay que ir probando, evaluando y corrigiendo si fuese necesario. Otra tensión relevante es qué hacer con los errores que van apareciendo. Tenemos que decidir si tomarlos o no (tal vez algunos sí los tomamos y otros los dejamos pasar) y cuando los tomamos debemos pensar cómo trabajar con ellos.

Enseñar matemática comporta para mí enormes desafíos. Asumir estos desafíos implica que, para cada clase, deba elegir qué enseñar y cómo enseñarlo, deba pensar cuáles van a ser mis acciones concretas y qué voy a esperar de los alumnos. Planificar es ineludible pero estar preparada para la sorpresa es más que esencial. Por suerte, hasta ahora, los alumnos no han dejado de sorprenderme y maravillarme en incontables ocasiones.

Autores

CECILIA BARRANGUET. Egresó de Instituto de Profesores «Artigas» en el año 2001. Se ha desempeñado como profesora de matemática en la enseñanza media en varios liceos públicos y privados de Montevideo desde el año 1998, como profesora adscriptora desde el año 2010, y como profesora de Didáctica de la Matemática en el Instituto de Profesores Artigas desde el año 2015. Ha continuado formándose en el área de la Didáctica de la Matemática.

CARLA DAMISA. Egresó del Instituto de Profesores «Artigas» en el año 1992. Es magíster en Didáctica de la Educación Superior (U–CLAEH). Se ha desempeñado como profesora de matemática en la enseñanza media en liceos públicos y privados, como docente de Matemática I, Matemática II y Didáctica de Matemática en los Institutos Normales de Montevideo y como formadora de maestros en servicio. Es coordinadora de la Especialización en Enseñanza de la Matemática para nivel Inicial y Primaria en U–CLAEH e investigadora CFE–UNIPE. Ha escritos libros y artículos sobre la enseñanza de la matemática. Es coautora de los Cuadernos para Hacer Matemática del CEIP.

JIMENA FERNÁNDEZ GARCÍA. Egresó del Instituto de Profesores «Artigas» en el año 2007. Se ha desempeñado como profesora de matemática en la enseñanza media tanto en liceos públicos como privados, como docente de matemática en los Institutos Normales de Montevideo, como docente de Introducción a la Didáctica en el Instituto de Profesores «Artigas» y como profesora adscriptora. En 2013 defendió su tesis de maestría obteniendo el titulo de magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales con orientación en Matemática, otorgado por la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Comahue en Neuquén, Argentina.

SERGIO ENRIQUE KRISMANICH. Egresó del Instituto de Profesores «Artigas» en el año 1996. Se ha desempeñado como profesor de matemática en Ciclo Básico y 2º Ciclo de la enseñanza media en varios liceos de Montevideo desde 1993, y en la enseñanza privada en el Liceo Francés, asistiendo a cursos de formación organizados por la AEFE en distintos países. Trabajó para las Olimpíadas del Cono Sur en el Instituto de Investigaciones Pedagógicas y en la formación de maestros rurales para el área Matemática en 7º, 8º y 9º grado. Es profesor adscriptor desde 2003.

ANA MARTÍNEZ. Egresó del Instituto de Profesores «Artigas» en el año 1981. Se ha desempeñado como profesora de matemática en la enseñanza media en liceos públicos y privados y como docente efectiva de Didáctica de la especialidad Matemática del Instituto de Profesores «Artigas», formadora de maestros y coordinadora de matemática en el Liceo Jubilar. Se desempeñó como profesora adscriptora. Es autora de textos para la enseñanza media y para formación docente así como también de artículos publicados en revistas especializadas. Es narradora oral e imparte talleres sobre formación en narración oral.

FABIANA MARTÍNEZ. Egresó del Instituto de profesores «Artigas» en el año 2005. Se ha desempeñado como profesora de matemática en la enseñanza media en los liceos Nº 55, 59, 36 y 63, en el Consejo de Educación Técnico Profesional y como docente de matemática en los Institutos Normales de Montevideo. Se desempeña como profesora adscriptora desde el año 2012. Es mamá de Felipe y Josefina, compañera de Oscar y aficionada a la narración oral.

CATHERINE MALDONADO. Egresó del Instituto de Profesores «Artigas» en el año 2014. Se ha desempeñado como docente de matemática en enseñanza media solo en liceos públicos y siempre en la periferia de Montevideo. Ha realizado la tarea de acompañar como docente adscriptora a estudiantes de profesorado de matemática. Como es una trabajadora de la educación pública de Uruguay, una parte de su actividad cotidiana la destina a la militancia sindical junto a otros trabajadores organizados en la Asociación de Docentes de Educación Secundaria de Montevideo (ADES Montevideo).

VERÓNICA MOLFINO. Egresó del Instituto de Profesores «Artigas» en el año 2000. Se ha desempeñado como profesora de matemática en la enseñanza media en liceos públicos y privados y como docente de Geometría, Topología, Análisis del Discurso Matemático Escolar y Didáctica en el profesorado Semipresencial y en el Instituto de Profesores «Artigas». Combina la pasión por la docencia con otras dos pasiones: la familia y el deporte.

CRISTINA OCHOVIET. Egresó del Instituto de Profesores «Artigas» en el año 1989. Se ha desempeñado como profesora de matemática en la enseñanza media en liceos públicos y privados, como profesora adscriptora, y como profesora efectiva de Didáctica en el Consejo de Formación en Educación. Se doctoró en Matemática Educativa (CICATA–IPN, México). Actualmente trabaja en la integración de la lectura literaria y la narración oral de cuentos en la clase de matemática. En esa propuesta converge su formación de posgrado en Lectura, Escritura y Educación (FLACSO, Argentina), su experiencia como docente de aula y su formación en teatro, clown y narración oral escénica.

DANIELA PAGÉS. Egresó del Instituto de Profesores «Artigas» en el año 1987. Se ha desempeñado como profesora de matemática en la enseñanza media mayoritariamente en liceos públicos. Como parte de ese trabajo ha sido profesora adscriptora. Se ha desempeñado como profesora de matemática en la formación de maestros y como docente de la asignatura Didáctica en el Instituto de Profesores «Artigas» y en el Profesorado Semipresencial, donde trabaja actualmente.

NORA RAVAIOLI. Egresó del Instituto de Profesores «Artigas» en el año 1983. Tiene una maestría en Educación con énfasis en Didáctica de la Matemática

(UCUDAL). Se ha desempeñado como profesora de matemática en la enseñanza media en liceos públicos y privados, como docente adscriptora y como profesora efectiva de Didáctica en el Instituto de Profesores «Artigas». También como coordinadora de la asignatura en liceos privados. Es coautora de textos para el Ciclo Básico de la enseñanza media (Grupo Botadá).

VERÓNICA SCORZA. Egresó del Instituto de Profesores «Artigas» en el año 1997. Se ha desempeñado como profesora de matemática en la enseñanza media en liceos públicos y privados, y como docente de la asignatura Didáctica en el Instituto de Profesores «Artigas» y en el Profesorado Semipresencial. Tiene un diploma en Matemática (mención Enseñanza) de la ANEP–UDELAR (Uruguay) y una maestría en Ciencias en Matemática Educativa de CICATA–IPN (México). Es profesora adscriptora. Está casada y tiene dos hijas. Le gusta bailar tango, ir al cine y viajar.

En este libro queremos recuperar y hacer patente los saberes de un grupo de profesores de matemática, que además de caracterizarse por su excelencia profesional como formadores de profesores o como profesores adscriptores, poseen un sello distintivo que se revela en sus escritos: el compromiso reflexivo con el ejercicio de la docencia.

Este volumen está dirigido a la comunidad educativa nacional e internacional, a padres y ciudadanos interesados en conocer el pensamiento de un grupo de profesores de matemática y las ideas que los guían en su accionar en el aula. Ofrecemos estos escritos como testimonio del ejercicio de un maravilloso oficio: profesor de matemática.

Cristina Ochoviet

ISBN 978-9974-8577-9-7